OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-28.02.2015
Clasa a VI-a
Barem de corectare

Subiectul I

Determinaţi numerele naturale a şi b ştiind că sunt mai mari decât 30, au produsul egal cu 3888 şi cel mai mare divizor comun al lor este 18.

Soluţie şi barem de corectare:

Din (a;b) =18 rezultă a=18x ; b=18y; (x;y)=1...2 p
18x·18y =3888 rezultă xy =12 ....1 p
a>30; b>30 rezultă x>1; y>1...1 p
$(x;y) \in \{((3;4),(4;3)\}$ ....2 p
$(a;b) \in \{(54;72),(72;54)\}$..1 p

Subiectul II

a) Scrieţi ca o fracţie ireductibilă suma : $S = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \ldots + \frac{1}{1+2+\cdots+2015}$

b) Arătaţi că: $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{2+4+6}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \cdots + \frac{1}{2+4+6+\cdots+4028}\right) = \frac{1}{2015}$

Soluţie şi barem de corectare:

a) $S= \frac{1}{\frac{2\cdot3}{2}} + \frac{1}{\frac{3\cdot4}{2}} + \ldots + \frac{1}{\frac{2015\cdot2016}{2}}$ ....1 p

$S= 2\left(\frac{1}{2\cdot3} + \frac{1}{3\cdot4} + \cdots + \frac{1}{2015\cdot2016}\right)$ ....1 p

$S= \frac{2014}{2016} = \frac{1007}{1008}$...1 p

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} = \frac{2}{3}$ ....1 P

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{2+4+6} = \frac{3}{4}$ ....1 p

....

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \cdots + \frac{1}{2+4+6+\cdots+4028} = \frac{2014}{2015}$ ....1 p

$S= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \ldots \cdot \frac{2014}{2015} = \frac{1}{2015}$ ....1 p

Subiectul III

Dreptele *AB* şi *CD* se intersectează în punctul *O*, iar m(∢ AOD) < 90° .

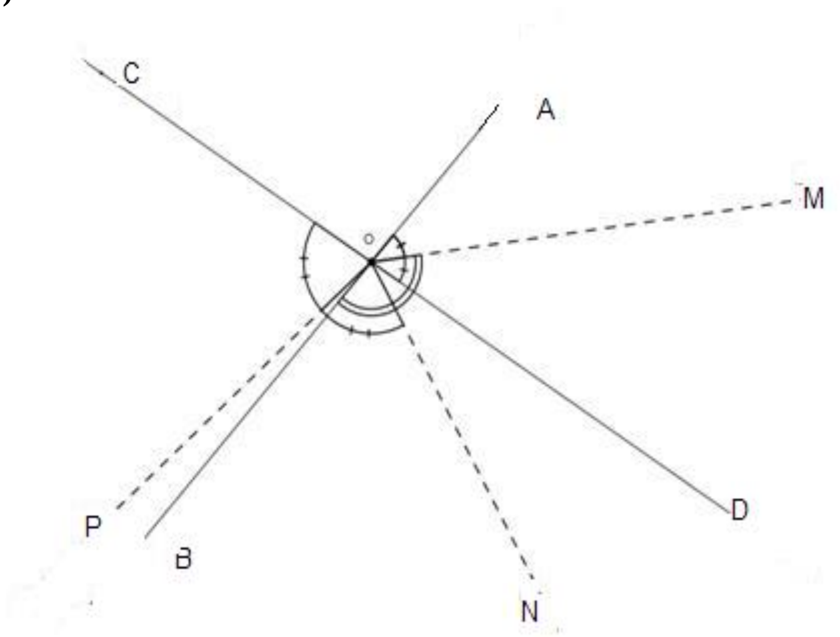
Fie [OM, [ON şi [OP bisectoarele interioare unghiurilor $\sphericalangle AOD$, $\sphericalangle MOB$ şi respectiv $\sphericalangle NOC$.

a) Dacă m(∢ AOD)=82°, să se determine măsurile unghiurilor $\sphericalangle MOB, \sphericalangle NOC$ şi $\sphericalangle NOP$.

b) Dacă m(∢MOP)= 139°, să se determine măsura unghiului ∢ AOD.

<u>Soluţie şi barem de corectare:</u>

a)



[*OM* bisectoarea $\sphericalangle AOD$ => m($\sphericalangle MOD$) = m($\sphericalangle MOA$) =41° şi

m($\sphericalangle MOB$) $= 180° - m(\sphericalangle AOM) = 139°$..1p

m($\sphericalangle NOC$)= m($\sphericalangle NOB$)+m($\sphericalangle BOC$)= 69°30′+82°

m($\sphericalangle NOC$)=151°30′..1p

m($\sphericalangle NOP$)=75°45′ 1p

b)

Fie m($\sphericalangle AOD$)= x

m($\sphericalangle MON$) = m($\sphericalangle NOB$) =90°- $\frac{x}{4}$...1 p

m((∢NOP) = 45° + $\frac{3x}{8}$ ....1 p

m(∢MOP) = m($\sphericalangle NOP$) + m($\sphericalangle MON$)

45° + $\frac{3x}{8}$ +90° - $\frac{x}{4}$ = 139°..1 p

$x = 32^\circ$ rezultă m($\sphericalangle AOD$)=32°...1 p