SUBIECT I – MODEL NR. 1 (SIMULARE HUNEDOARA 2015)-BAC MATE-INFO

5p	**1.** Să se arate că numărul $z=(1+i)^4+(1-i)^4$ este real.
5p	**2.** Dacă x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2-x-3=0$ să se arate că $x_1^2+x_2^2+x_1+x_2=8$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $ln(x^2+1)=ln(3x-1)$.
5p	**4.** Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor un număr par.
5p	**5.** Fie ABC un triunghi, $M\in[BC]$ cu $MB=\frac{1}{3}BC$. Arătați că $3\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$.
5p	**6.** Fie ABC un triunghi ascuțitunghic. Să se arate că $\sin B>\cos C$.

BAREM S I – MODEL 1

1.	$(1+i)^2=2i, (1-i)^2=-2i$	3p
	$z=(1+i)^4+(1-i)^4=4i^2+4i^2=-8$	2p
2.	$x_1^2=x_1+3, x_2^2=x_2+3, x_1+x_2=1$	2p
	$x_1^2+x_2^2+x_1+x_2=2(x_1+x_2)+6=8$	3p
3.	$3x-1>0, x^2-3x+2=0$	3p
	$x_1=1, x_2=2$ și verifică restricția	2p
4.	Numărul celor cu produsul cifrelor impar este $5\cdot5\cdot5$	2p
	Numărul cazurilor posibile este 900 și $p=\frac{900-125}{900}=\frac{31}{36}$	3p
5.	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}$	2p
	$2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$	3p
6.	$B+C>\frac{\pi}{2}, B>\frac{\pi}{2}-C$	2p
	$\sin B>\sin\left(\frac{\pi}{2}-C\right), \sin B>\cos C$	3p

SUBIECT II – MODEL NR. 1 (SIMULARE HUNEDOARA 2015) -BAC MATE-INFO

	1. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&2&3\\0&0&2\\0&0&0\end{pmatrix}, I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ din $M_3(\mathbb{R})$.
5p	**a)** Arătați că A are rangul 3.
5p	**b)** Calculați B^n, unde $n\in\mathbb{N}^*$.
5p	**c)** Să se arate că $A^{2015}=I_3+2015\cdot B+1007\cdot2015\cdot B^2$.
	2. Pe $\mathbb{R}$ se consideră operația $*$ definită prin $x*y=\sqrt[3]{x^3+y^3}$ pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**a)** Arătați că $(\mathbb{R},*)$ este grup abelian.
5p	**b)** Să se afle $x\in\mathbb{R}$ astfel încât $x*x*x=3\sqrt[3]{3}$.
5p	**c)** Arătați că $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\sqrt[3]{x}$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$ este un izomorfism de la grupul $(\mathbb{R},+)$ la grupul $(\mathbb{R},*)$.

BAREM S II – MODEL 1

1.	**a)** $\det(A) = 1$	**3p**
	$rang\ (A) = 3$	**2p**
	b) $B^1 = B, B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**2p**
	$B^n = O_3, n \geq 3$	**3p**
	c) $A = I_3 + B$	**2p**
	$A^n = I_3 + C_n^1 B + C_n^2 B^2 + \cdots + C_n^{n-1} B^{n-1} + B^n = I_3 + C_n^1 B^1 + C_n^2 B^2$ de unde relația cerută	**3p**
2.	**a)** Asociativitatea și elementul neutru	**3p**
	Simetrizabilitatea tuturor elementelor din $\mathbb{R}$ și comutativitatea	**2p**
	b) $x * x * x = \sqrt[3]{3x^3}$	**2p**
	Soluția $x = 3$	**3p**
	c) f bijectivă	**2p**
	$f(x+y) = f(x) * f(y), x, y \in \mathbb{R}$	**3p**

SUBIECT III – MODEL NR. 1 (SIMULARE HUNEDOARA 2015) -BAC MATE-INFO

	1. Fie $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ pentru orice $x > 0$.
5p	**a)** Calculați $f'(x), x > 0$.
5p	**b)** Dacă $m \in \mathbb{R}$ aflați numărul rădăcinilor reale ale ecuației $\ln x = mx$.
5p	**c)** Arătați că există cel puțin 2015 perechi de numere reale (a, b) cu $a, b > 0, a \neq b$ și $a^b = b^a$.
	2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = (x-1) \cdot e^x, F(x) = (x-2) \cdot e^x$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
5p	**a)** Arătați că F este o primitivă a lui f.
5p	**b)** Calculați $\int_0^1 (x-1)(x-2) \cdot e^{2x} dx$.
5p	**c)** Dacă $G: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o primitivă a lui f, arătați că $G(x) \geq G(1)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

BAREM S III – MODEL 1

1.	**a)** $f'(x) = \frac{x \cdot \ln' x - \ln x}{x^2}$	**2p**
	$f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$	**3p**
	b) Ecuația este echivalentă cu $f(x) = m$	**1p**
	Din șirul lui Rolle, dacă $m \in \left(0, \frac{1}{e}\right)$ ecuația are două soluții, dacă $m = \frac{1}{e}$ ecuația are o soluție, dacă $m > \frac{1}{e}$ ecuația nu are nicio soluție	**4p**
	c) Fie $m_1, m_2, \cdots, m_{2015}$ numere distincte din intervalul $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ atunci din **b)**, pentru orice $k \in \{1,2,\cdots,2015\}$ există $a_k \in (0,e)$ și $b_k \in (e,\infty)$ astfel ca $f(a_k) = f(b_k) = m_k$, adică	**3p**
	$\frac{\ln a_k}{a_k} = \frac{\ln b_k}{b_k} \Leftrightarrow a_k^{b_k} = b_k^{a_k}, k \in \{1,2,\cdots,2015\}$	**2p**
2.	**a)** F derivabilă pe $\mathbb{R}$	**2p**
	$F'(x) = e^x + (x-2)e^x = (x-1)e^x = f(x), x \in \mathbb{R}$	**3p**
	b) $\int_0^1 (x-1)(x-2) \cdot e^{2x} dx = \int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx =$	**2p**
	$= \frac{1}{2} F^2(x) \Big\|_0^1 = \frac{1}{2}(e^2 - 4)$	**3p**
	c) $G'(x) = f(x), x \in \mathbb{R}$	**2p**
	$f(1) = 0, f(x) < 0, x < 1, f(x) > 0, x > 1$	
	atunci 1 este punct de minim absolut al funcției G și atunci $G(x) \geq G(1), x \in \mathbb{R}$	**3p**

SUBIECT I – MODEL NR. 2 (SIMULARE HUNEDOARA 2015)-BAC ST- NAT

5p	**1.** Dacă $(a_n)_{n\geq 1}$, este o progresie aritmetică cu $a_8 = 10$ și rația $r = 2$ aflați a_5 .
5p	**2.** Arătați că vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 4$, se află pe OX .
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} = 1 - x$.
5p	**4.** Determinați numărul submulțimilor de patru elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4,5,6\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian XOY se consideră punctele $A(-1,0)$, $B(1,0)$, $C(2,3)$. Să se afle lungimea medianei din C a triunghiului ABC.
5p	**6.** Calculați $\cos a$ știind că $tga = \frac{1}{2}$ și $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

BAREM SUBIECT I – MODEL NR. 2 (SIMULARE HUNEDOARA 2015)-BAC ST- NAT

1	$a_8 = a_1 + 7r$, de unde $a_1 = -4$ și atunci este $a_5 = 4$.	**2p** **3p**
2	$y_V = 0$ și atunci vârful se află pe axa OX .	**3p** **2p**
3	$x-1 \geq 0$ $1-x \geq 0$ de unde $x=1$	**2p** **2p** **1p**
4	C_6^4 $C_6^4 = 15$	**3p** **2p**
5	Mijlocul segmentului [AB] are coordonatele (0,0) Lungimea medianei din C este $\sqrt{13}$	**2p** **3p**
6	$tga = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{1}{4}$ de unde $\frac{1}{\cos^2 a} = \frac{1}{4} + 1$ Şi cum $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ deducem că $\cos a = \frac{2}{\sqrt{5}}$	**2p** **3p**

SUBIECT II – MODEL NR. 2 (SIMULARE HUNEDOARA 2015)-BAC ST- NAT

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2-x & 3 \\ x & 3-x \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Calculaţi $\det[A(0)]$.

5p **b)** Să se afle $x \in \mathbb{R}$ astfel ca $\det[A(x)] = 0$.

5p **c)** Să se calculeze $[A(0)]^{100}$.

2. Pe $\mathbb{Z}$ se consideră operația $\circ$ definită prin, $x \circ y = xy - x - y + 2$ pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$.

5p **a)** Arătați că $\circ$ este asociativă.

5p **b)** Aflați $e \in \mathbb{Z}$ astfel ca $x \circ e = x$ pentru orice $x \in \mathbb{Z}$.

5p **c)** Să se afle $x \in \mathbb{Z}$ astfel ca $x \circ x \circ x = 9$.

BAREM SUBIECT II – MODEL NR. 2 (SIMULARE HUNEDOARA 2015)-BAC ST- NAT

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 3\end{pmatrix}$	2p
	$\det[A(0)]=6$	3p
b)	$\det[A(x)]=(2-x)(3-x)-3x=x^2-8x+6$	2p
	$x^2-8x+6=0$	1p
	$\Rightarrow x\in\{4-\sqrt{10},4+\sqrt{10}\}$	2p
c)	$[A(0)]^2=\begin{pmatrix}4 & 15\\ 0 & 9\end{pmatrix}$	2p
	$[A(0)]^n=\begin{pmatrix}2^n & 3^{n+1}-3\cdot 2^n\\ 0 & 3^n\end{pmatrix}$	1p
	Demonstrație prin inducție: Verificare P(2): $[A(0)]^2=\begin{pmatrix}2^2 & 3^{2+1}-3\cdot 2^2\\ 0 & 3^2\end{pmatrix}$ A	1p
	P(n) $\Rightarrow$P(n+1) A	
	Finalizare $[A(0)]^n=\begin{pmatrix}2^n & 3^{n+1}-3\cdot 2^n\\ 0 & 3^n\end{pmatrix}$	1p
2.a)	$(x\circ y)\circ z=(x-1)(y-1)(z-1)+1$ $\quad x\circ(y\circ z)=(x-1)(y-1)(z-1)+1$	3p
	de unde, operația este asociativă.	2p
b)	$x\circ e=x, x\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow e(x-1)=2(x-1), x\in\mathbb{Z}$	2p
	$e=2$ verifică cerința	3p
c)	$x\circ x\circ x=(x-1)^3+1$	3p
	$x\circ x\circ x=9\Leftrightarrow x=2$	2p

SUBIECT III – MODEL NR. 2 (SIMULARE HUNEDOARA 2015)-BAC ST- NAT

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x+x}{e^x}$.

5p a) Arătați că $f'(x)=\dfrac{1-x}{e^x}$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=0$ situat pe graficul funcției f.

5p c) Arătați că funcția f este crescătoare pe $(-\infty,1]$.

2. Se consideră funcțiile $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3+2x}{x^2+1}$, $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{2}\ln(x^2+1)$.

5p a) Arătați că F este o primitivă a lui f.

5p b) Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

5p c) Arătați că orice primitivă $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a lui f verifică $G(x)\geq G(0)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

BAREM SUBIECT III – MODEL NR. 2 (SIMULARE HUNEDOARA 2015)-BAC ST- NAT

1.a)	$f(x)=1+\frac{x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$ de unde $f'(x)=\frac{e^x-xe^x}{e^{2x}}$ De unde $f'(x)=\frac{1-e^x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$y-f(o)=f'(o)(x-0)$ Adică $y-1=x$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)>0 \quad \forall x\in(-\infty,1)$ Și atunci, cum f e continuă pe $(-\infty,1]$ deducem că f este crescătoare pe $(-\infty,1]$.	**2p** **3p**
2.a)	F este derivabilă pe $\mathbb{R}$ Și $F'(x)=x+\frac{x}{x^2+1}=\frac{x^3+2x}{x^2+1}=f(x) \quad \forall x\in\mathbb{R}$, adică F este o primitivă a lui f.	**2p** **3p**
b)	Cu Leibniz-Newton și a) avem $\int_0^1 f(x)dx=F(1)-F(0)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$	**2p** **3p**
c)	Fie G o primitivă a lui f , atunci $G'=f$ cum $f(x)=0\Leftrightarrow x=0$ și $f(x)<0$, $x<0$ $f(x)>0$, $x>0$, deducem că 0 este punct de minim absolut al lui G În concluzie $G(x)\geq G(0) \quad \forall x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**

SUBIECT I – MODEL NR. 3 (SIMULARE IASI 2015)-BAC MATE-INFO

5p 1. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_4-a_2=4$ și $a_1+a_3+a_5+a_6=30$. Calculați suma primilor șapte termeni ai progresiei.

5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^2-8x+1$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația $\lg^2 x+5\lg x-6=0$.

5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor 8.

5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{v_1}=2\vec{i}+\vec{j}$ și $\vec{v_2}=a\vec{i}+6\vec{j}$ sunt coliniari.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $BC=7$ și $AC=8$. Calculați măsura unghiului A.

BAREM SUBIECT I – MODEL NR. 3 (SIMULARE IASI 2015)-BAC MATE-INFO

1.	$\begin{cases} 2r=4 \\ 4a_1+11r=30 \end{cases} \Rightarrow a_1=2, r=2$	**3p**
	$S_7=56$	**2p**
2.	$\Delta=48$	**1p**
	$x_V=-\frac{b}{2a}=1$	**2p**
	$y_V=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{48}{16}=-3$	**2p**
3.	$\lg x=t, t^2+5t-6=0 \Rightarrow t_1=-6, t_2=1$	**3p**
	$x=10^{-6}, \quad x=10$	**2p**
4.	$P=\frac{\text{nr. cazurilor favorabile}}{\text{nr. cazurilor posibile}}$	**2p**
	Numărul cazurilor posibile este 90.	**1p**
	Numărul cazurilor favorabile este 8.	**1p**
	$P=\frac{4}{45}$	**1p**
5.	$\frac{2}{a}=\frac{1}{6}$	**3p**
	$a=12$	**2p**
6.	$\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}$	**2p**
	$\cos A=\frac{1}{2}$	**2p**
	Măsura unghiului A este de $60°$	**1p**

SUBIECT II – MODEL NR. 3 (SIMULARE IASI 2015)-BAC MATE-INFO

1. Se consideră mulțimea de funcții $G=\left\{f_{a,b}:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \,\middle|\, f_{a,b}(x)=ax+b, a\in\mathbb{R}^*, b\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **a)** Arătați că $f_{a,b}\circ f_{c,d}=f_{ac,ad+b}$, unde „$\circ$” este compunerea funcțiilor, iar $a,c\in\mathbb{R}^*$, $b,d\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $f_{-1,2}\circ f_{-1,2}$, „$\circ$” fiind compunerea funcțiilor.

5p **c)** Demonstrați că $f_{1,0}\circ f_{a,b}=f_{a,b}\circ f_{1,0}=f_{a,b}$, pentru orice $f_{a,b}\in G$, „$\circ$” fiind compunerea funcțiilor.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=\sqrt[3]{x^3+y^3}$.

5p	**a)** Verificați că legea „$*$” este asociativă.
5p	**b)** Găsiți două numere iraționale α și β pentru care $\alpha * \beta$ este număr rațional.
5p	**c)** Aflați numărul real a astfel încât $\underbrace{a * a * ...... * a}_{\text{de 8 ori}} = 4030$.

BAREM SUBIECT II – MODEL NR. 3 (SIMULARE IASI 2015)-BAC MATE-INFO

1.a)	$(f_{a,b} \circ f_{c,d})(x) = f_{a,b}(f_{c,d}(x)) = a(cx+d)+b =$ $= acx + ad + b = f_{ac,\, ad+b}(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.	3p 2p
b)	$(f_{-1,2} \circ f_{-1,2})(x) = f_{1,-2+2}(x) =$ $= f_{1,0}(x) = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.	3p 2p
c)	$f_{a,b} \circ f_{1,0} = f_{a \cdot 1,\, a \cdot 0 + b} = f_{a,b}$ $f_{1,0} \circ f_{a,b} = f_{1 \cdot a,\, 1 \cdot b + 0} = f_{a,b}$ Finalizare	2p 2p 1p
2.a)	$(x * y) * z = \sqrt[3]{x^3 + y^3} * z = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3}$ $x * (y * z) = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3}$ Finalizare	2p 2p 1p
b)	Exemplu: $\alpha = \sqrt[3]{5}$, $\beta = \sqrt[3]{3}$ $\alpha * \beta = \sqrt[3]{5+3} = 2 \in \mathbb{Q}$	3p 2p
c)	$\underbrace{a * a * ...... * a}_{\text{de 8 ori}} = \sqrt[3]{\underbrace{a^3 + a^3 + ... + a^3}_{\text{de 8 ori}}} = \sqrt[3]{8a^3} = 2a$ $2a = 4030 \Rightarrow a = 2015$	4p 1p

SUBIECT III – MODEL NR. 3 (SIMULARE IASI 2015)-BAC MATE-INFO

1. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1+x}{x^2+1}$.

5p a) Calculați $\int(x^2+1)f(x)dx$.

5p b) Calculați $\int\left[\frac{1}{f(x)}-\frac{2}{x+1}\right]dx$.

5p c) Arătați că $F:(-1,\infty)\to\mathbb{R},\ F(x)=\operatorname{arctg}x+\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$ este o primitivă a funcției f.

2. Fie funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\ln\left(x^2+4\right)$ și $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x\ln\left(x^2+4\right)+4\operatorname{arctg}\frac{x}{2}-2x+3$.

5p a) Calculați $\int e^{f(x)}dx$.

5p b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p c) Determinați primitiva $H:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f pentru care $H(0)=1$.

BAREM SUBIECT III – MODEL NR. 3 (SIMULARE IASI 2015)-BAC MATE-INFO

1.a)	$\int(x^2+1)f(x)dx=\int(x+1)dx=$	2p
	$=\frac{x^2}{2}+x+\mathcal{C}$	3p
b)	$\int\frac{1}{f(x)}dx=\int\left(\frac{x^2+1}{x+1}-\frac{2}{x+1}\right)dx=$	2p
	$=\frac{x^2}{2}-x+\mathcal{C}$	3p
c)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitivă a funcției $f \Leftrightarrow F$ derivabilă și $F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in(-1,\infty)$	2p
	$F'(x)=\left(\operatorname{arctg}x+\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\right)'=f(x)$ pentru orice $x\in(-1,\infty)$	3p
2.a)	$\int e^{f(x)}dx=\int\left(x^2+4\right)dx=$	2p
	$=\frac{x^3}{3}+4x+\mathcal{C}$	3p
b)	F este primitiva lui $f\Leftrightarrow F$ este derivabilă și $F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	2p
	$F'(x)=\ln\left(x^2+4\right)+x\cdot\frac{2x}{x^2+4}+4\cdot\frac{1}{1+\frac{x^2}{4}}\cdot\frac{1}{2}-2=$	2p
	$=\ln\left(x^2+4\right)+0=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	1p
c)	$H:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției $f\Rightarrow H(x)=F(x)+c$, unde c este o constantă	1p
	$H(0)=F(0)+c\Rightarrow 1=3+c$	2p
	$H(x)=x\ln\left(x^2+4\right)+4arctg\frac{x}{2}-2x+1$	2p

SUBIECT I – MODEL NR. 4 (SIMULARE IASI 2015)-BAC ST-NAT

5p 1. Calculați $x \cdot y$ știind că numerele $1, 4, x, y$ sunt în progresie aritmetică.

5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația: $x^2 + 3x - 10 \le 0$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+1} + 2^x = 24$.

5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{10, 11, 12, ..., 99\}$, acesta să aibă suma cifrelor 6.

5p 5. Fie vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} - a\vec{j}$. Calculați numărul real a astfel încât vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$ să fie coliniari.

5p 6. Calculați aria triunghiului ABC în care $AB = 4, AC = 5$ și $m(\sphericalangle A) = 30^0$.

BAREM -SUBIECT I – MODEL NR. 4 (SIMULARE IASI 2015)-BAC ST-NAT

1.	$r = 3$ $x = 7, y = 10$ $xy = 70$	2p 2p 1p
2.	$x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow x \in \{-5, 2\}$ $x^2 + 3x - 10 \le 0, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$	3p 2p
3.	$2^x = 8$ $x = 3$	3p 2p
4.	90 de cazuri posibile 6 cazuri favorabile $P = \frac{1}{15}$	1p 2p 2p
5.	$\frac{2}{3} = \frac{-1}{-a}$ $a = \frac{3}{2}$	3p 2p
6.	$A = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2}$ $A = 5$	1p 4p

SUBIECT II – MODEL NR. 4 (SIMULARE IASI 2015)-BAC ST-NAT

1. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 3(x+y) + 12$.

5p a) Calculați $(\sqrt{5}) \circ (-\sqrt{5})$.

5p b) Arătați că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru orice x număr real.

5p c) Arătați că $x \circ y \in (3,+\infty)$, oricare ar fi $x, y \in (3,+\infty)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt{x^2y^2 + x^2 + y^2}$.

5p a) Verificați dacă $(1*2)*3 = 1*(2*3)$.

5p b) Arătați că $x*0 = 0*x = x$, oricare ar fi $x \in [0,\infty)$.

5p c) Arătați că dacă $x \in \mathbb{R}^*$, atunci nu există $y \in \mathbb{R}$ astfel încât $x*y = 0$.

BAREM -SUBIECT II – MODEL NR. 4 (SIMULARE IASI 2015)-BAC ST-NAT

1.a)	$(\sqrt{5}) \circ (-\sqrt{5}) = -\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 3(\sqrt{5} - \sqrt{5}) + 12 =$ $= 7$	2p 3p
b)	$x \circ 3 = 3x - 3(x+3) + 12 = 3$ $3 \circ x = 3$ $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.	2p 2p 1p
c)	$x \in M = (3,\infty) \Rightarrow x > 3$ $y \in M = (3,\infty) \Rightarrow y > 3$ $(x-3)(y-3) + 3 > 3$ Finalizare	1p 1p 2p 1p
2.a)	$(1*2)*3 = 3*3 = \sqrt{99}$ $1*(2*3) = 1*7 = \sqrt{99}$ $(1*2)*3 = 1*(2*3)$	2p 2p 1p
b)	$x*0 = 0*x = \sqrt{x^2} = \|x\| =$ $= x$, oricare ar fi $x \in [0,\infty)$	3p 2p
c)	Fie $x \in \mathbb{R}^*$. $x*y = 0 \Leftrightarrow x^2y^2 + x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = y = 0$, fals. Finalizare	 2p 2p 1p

SUBIECT III – MODEL NR. 4 (SIMULARE IASI 2015)-BAC ST-NAT

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x-x^2}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^2}{e^x}$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int e^x\cdot f(x)dx$.

5p **c)** Determinați primitiva $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f pentru care $G(0)=5$.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+\sqrt{x}$.

5p **a)** Calculați $\int f(x)dx$.

5p **b)** Calculați $\int 6\cdot f^2(x)dx$.

5p **c)** Determinați primitiva $F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1)=\dfrac{2}{3}$.

BAREM -SUBIECT III – MODEL NR. 4 (SIMULARE IASI 2015)-BAC ST-NAT

1.a)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ primitivă a funcției f $\Leftrightarrow$ F derivabilă și $F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ $F'(x)=\left(\dfrac{x^2}{e^x}\right)'=\dfrac{(x^2)'\cdot e^x-x^2\cdot(e^x)'}{(e^x)^2}$ Finalizare	2p 2p 1p
b)	$\int e^x\cdot f(x)dx=\int(2x-x^2)dx=$ $=x^2-\dfrac{x^3}{3}+C$	2p 3p
c)	G este o primitivă a lui f, deci $G(x)=F(x)+c$, unde c este o constantă Finalizare	2p 3p
2.a)	$\int f(x)dx=\int(1+\sqrt{x})dx=$ $=x+\dfrac{2x\sqrt{x}}{3}+C$	1p 4p
b)	$\int 6\cdot f^2(x)dx=6\cdot\int(1+2\sqrt{x}+x)dx=$ $=6\left(x+\dfrac{4x\sqrt{x}}{3}+\dfrac{x^2}{2}\right)+C$	2p 3p
c)	$F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitivă a funcției f $\Leftrightarrow$ F derivabilă și $F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in(0,\infty)$ $F(x)=x+\dfrac{2x\sqrt{x}}{3}+c$, unde c este constantă $F(1)=\dfrac{5}{3}+c\Rightarrow c=-1$	2p 2p 1p