MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA PE SECTOR, 15.02.2015

CLASA a VIII-a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1. a) Arătați că $x^3-3x+2\geq 0$ pentru orice număr x real, $x\geq 0$;

b) Determinați numerele reale și pozitive $x_1, x_2, \ldots, x_{2014}, x_{2015}$ care verifică egalitatea

$$x_1^3+x_2^3+\ldots+x_{2015}^3=3(x_1+x_2+\ldots+x_{2015})-4030$$

Subiectul 2. Determinați numerele prime $p>q$, știind că $p(1+3pq)+q(1-3pq)=p^3-q^3$.

Subiectul 3. În cubul ABCDA\`B\`C\`D\` fie R, S, T mijloacele muchiilor [AB], [B\`C\`], si respectiv [DD\`].Dacă M, P, Q sunt mijloacele segmentelor [C\`R], [AS] și respectiv [BT], atunci:

a) Arătați că MQ este paralelă cu planul (DCC\`)

b) Determinați aria triunghiului MPQ, dacă AB= 4cm

Subiectul 4. Fie VABCD și SABCD două piramide patrulatere cu aceeași bază ABCD și vărfurile de o parte și de alta a planului (ABC). Pe cele 12 muchii și 6 vârfuri ale corpului obținut se înscriu numere naturale de la 1 la 18, câte unul în mijlocul fiecărei muchii și al fiecărui vârf.

Este posibil ca pe fiecare muchie a corpului nou obținut, numărul înscris în mijlocul muchiei să fie media aritmetică a numerelor înscrise în extremitățile muchiei respective?