Concursul interjudeţean de matematică
"Trepte în matematică şi fizică"
Ediţia a XII-a, Călimăneşti, 31 ianuarie 2015

Clasa a II-a

## SUBIECTUL I

**7 puncte**

Scrieţi în cele 16 pătrăţele ale careului de mai jos cifrele de la 1 la 4 inclusiv, fiecare folosită de câte 4 ori, astfel încât pe fiecare rând, coloană şi diagonală să fie câte o serie completa de 1 – 4, indiferent de ordine, iar suma să fie mereu aceeaşi.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

*Prof. înv. primar Mesea Monica*

## SUBIECTUL II

**7 puncte**

Există două numere cuprinse între 1 şi 10; dacă primului îi adaug 1 iar din celălalt scad 1, devin egale; dacă însă din primul scad 1, iar celuilalt îi adaug 1, unul din numere devine de două ori mai mic decât celălalt. Care sunt numerele?

*Prof. înv. primar Popa Emil*

## SUBIECTUL III

**7 puncte**

Cinci fraţi au vârste reprezentate de numere pare consecutive. Dacă mijlociul are 12 ani, care este suma vârstelor lor?

*Prof. înv. primar Oprica Elena*

## SUBIECTUL IV

**7 puncte**

Un elev citeşte o carte în patru zile. În prima zi citeşte 3 pagini. În fiecare din următoarele două zile citeşte triplul numărului de pagini citite în ziua precedentă, iar în a patra zi 9 pagini. Câte pagini are cartea?

*Prof. înv. primar Neaţă Ion*

*Subiectele au fost selectate de prof. Moţoc Gheorghe şi Popa Emil*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 2 ore.
Se acordă 4 puncte din oficiu (câte unul pentru fiecare subiect).

*Mult succes!*

**REZOLVĂRI**
CLASA a II-a

## SUBIECTUL I

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** | **4** | **3** | **2** |
| **3** | **2** | **1** | **4** |
| **2** | **3** | **4** | **1** |
| **4** | **1** | **2** | **3** |

## SUBIECTUL II

Numerele sunt 5 şi 7.
5 + 1 = 7 – 1
(5 – 1) x 2 = 7 + 1

## SUBIECTUL III

8 + 10 + 12 + 14 + 16 = 60

## SUBIECTUL IV

Prima zi - 3 pagini
A doua zi - 3 x 3 = 9 pagini
A treia zi - 9 x 3 = 27 pagini
A patra zi - 9 pagini
3 + 9 + 27 + 9 = 48 pagini

Concursul interjudeţean de matematică

"Trepte în matematică şi fizică"

Ediţia a XII-a, Călimăneşti, 31 ianuarie 2015

Clasa a III-a

## SUBIECTUL I

**7 puncte**

Dacă înaintea unui număr de o cifră scriem 4, numărul obţinut este cu 9 mai mare decât numărul pe care îl obţinem dacă scriem cifra 4 la sfârşitul lui. Care este numărul?

*Prof. înv. primar Popa Emil*

## SUBIECTUL II

**7 puncte**

Suma vecinilor numărului „$x$'' mărită cu 4 e răsturnatul sumei numerelor 28 şi 1. Află numărul „$x$''.

*Prof. înv. primar Zgripcea Roxana*

## SUBIECTUL III

**7 puncte**

Aflaţi numerele a,b,c care îndeplinesc condiţiile:

a x 2 + b x 2 + c x 4 = 34
a x 2 + b x 4 + c x 4 = 42
a x 2 + b x 4 + c x 2 = 32

*Prof. înv. primar Niţă Alina*

## SUBIECTUL IV

**7 puncte**

Un strungar ar trebui să lucreze 25 de piese pe zi. El lucrează cu 5 piese mai mult pe zi şi termină piesele comandate cu 2 zile mai repede. Câte piese a avut de lucrat?

*Prof. înv. primar Zgripcea Roxana*

*Subiectele au fost selectate de prof. Moţoc Gheorghe şi Popa Emil*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 2 ore.
Se acordă 4 puncte din oficiu (câte unul pentru fiecare subiect).

*Mult succes!*

**REZOLVĂRI**
CLASA a III-a

## SUBIECTUL I

3

## SUBIECTUL II

28+1=29 suma
92 răsturnatul
92-4=88 suma vecinilor
88 : 2 = 44
Numărul este 44

## SUBIECTUL III

Din primele două relaţii rezultă că b x 2 = 42 - 34
b x 2 = 8
b = 8 : 2
b = 4

Din ultimele două relaţii rezultă:

| | |
|---|---|
| c x 2 = 42 - 34 | a x 2 + 8 + 20 = 34 |
| c x 2 = 10 | a x 2 + 28 = 34 |
| c = 10 : 2 | a x 2 = 34 - 28 |
| c = 5 | a x 2 = 6 |
| | a = 6 : 2 |
| | a = 3 |

## SUBIECTUL IV

25 + 25 = 50 piese ar fi lucrat în cele 2 zile
50 : 5 = 10 zile ar termina piesele
25 + 5 = 30 piese a lucrat pe zi
30 x 10 = 300 piese a avut de lucrat

Concursul interjudeţean de matematică

"Trepte în matematică şi fizică"

Ediţia a XII-a, Călimăneşti, 31 ianuarie 2015

Clasa a IV-a

## SUBIECTUL I

**7 puncte**

Dacă dintr-un număr scădem jumătatea sa plus 2, iar din rest scădem jumătate plus 3 obținem 213. Aflați numărul!

*Prof. înv. primar Niţă Mirela*

## SUBIECTUL II

**7 puncte**

12 oameni aduc 12 pâini. Fiecare bărbat aduce cate 2 pâini, fiecare femeie câte o jumătate de pâine, iar fiecare copil câte un sfert de pâine. Câţi bărbaţi, câte femei şi câţi copii sunt?

*Prof. înv.primar Mesea Monica*

## SUBIECTUL III

**7 puncte**

Trei copii au împreună 418 timbre. Câte timbre are fiecare copil, dacă primul copil are de două ori mai multe decât al treilea, iar al doilea are cu 2 timbre mai puţine decât un sfert din numărul timbrelor primului copil?

*Prof. înv. primar Gheorghe Cristina*

## SUBIECTUL IV

**7 puncte**

Suma a trei numere naturale este 96. Acţionăm asupra celor trei numere în trei etape astfel:

a) micşorăm primul număr cu al doilea şi îl dublăm pe al doilea;
b) pornim cu numerele obţinute la punctul a, micşorăm al doilea număr cu al treilea şi îl dublăm pe al treilea;
c) pornim cu numerele obţinute la punctul b şi micşorăm al treilea număr cu primul, iar pe primul îl dublăm.

După operaţiile efectuate la punctele a, b şi c se obţin trei numere naturale egale. Să se determine numerele iniţiale.

*Prof. înv. primar Neaţă Ion*

*Subiectele au fost selectate de prof. Moţoc Gheorghe şi Popa Emil*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 2 ore.
Se acordă 4 puncte din oficiu (câte unul pentru fiecare subiect).

*Mult succes!*

**REZOLVĂRI** CLASA a IV-a

## SUBIECTUL I

a) /_213_/_3_/________/_2/_________________/

213 + 3 = 216

216 + 216 = 432

432 + 2 = 434

434 + 434 = 868

## SUBIECTUL II

6C - 1 şi ½
1F - ½
5B - 10
Total - 12

## SUBIECTUL III

/______/______/______/______/
/_____/_/ 40
/______/______/

418 + 2 = 420
420 : 7 = 60
60 – 2 = 58 (al doilea)
60 x 4 = 240 (primul)
60 x 2 = 120 (al treilea)

V: 240 + 58 + 120 = 418

## SUBIECTUL IV

Deoarece în final se obţin trei numere egale, iar suma lor este 96, atunci fiecare număr va fi egal cu 96 : 3 = 32.

Deci în final numerele au fost:

32 32 32 (1)

Deoarece înainte de a obţine configuraţia (1) am dublat primul număr şi l-am micşorat pe al treilea, atunci primul număr a fost 32 : 2 = 16, iar al treilea număr a fost 32 + 16 = 48. Deci numerele au fost:

16 32 48 (2)

Înainte de a obţine configuraţia (2) am dublat al treilea număr şi l-am micşorat pe al doilea cu al treilea număr şi atunci al treilea număr a fost 48 : 2 = 24, iar al doilea număr a fost 32 + 24 = 56. Deci numerele au fost:

16 56 24 (3)

Înainte de a obţine configuraţia (3) am dublat al doilea număr şi l-am micşorat pe primul cu al doilea număr şi atunci al doilea număr a fost 56 : 2 = 28, iar primul număr a fost 16 + 28 = 44. Deci, numerele iniţiale au fost:

44 28 24.

# CONCURSUL INTERJUDEȚEAN

# *TREPTE ÎN MATEMATICĂ*

## Ediția a XII-a, Călimănești, 31 ianuarie 2015

## Clasa a V-a

1. Fie $A = 5 \cdot 2^{2015}$ și $B = 3 \cdot 2^{2013}$. Determinați restul împărțirii lui $A$ la $B$.

*Prof. Cristian Roată – Rm. Vâlcea*
*Prof. Valentin Smarandache – Călimănești*

2. Cinci pere cântăresc cât două gutui. Șapte banane cântăresc cât patru mere. Șapte mere cântăresc cât cinci gutui. Cine cântărește cel mai mult: gutuia, banana, mărul sau para? Dar cel mai puțin? (Justificați răspunsurile).

*Prof. Gheorghe Radu – Colegiul Național de Informatică*
*Matei Basarab Rm. Vâlcea*

3. Determinați cel mai mic număr natural $n$ pentru care numărul $A = (2n+3)(3n+1)(4n+5)$ este par.

*Prof. Gheorghe Moțoc - Școala Gimnazială Șerban VodăCantacuzino Călimănești*

4. Să se determine numerele de forma $\overline{abcd}$ pătrate perfecte astfel încât $\overline{dcba}$ să fie deasemenea pătrate perfecte.

*Prof. dr. Mihaela Albici – Şcoala Gimnazială Muereasca de Sus*

<u>Notă:</u>

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp efectiv de lucru: 2 ore.

# CONCURSUL INTERJUDEȚEAN

# *TREPTE ÎN MATEMATICĂ*

## Ediția a XII-a, Călimănești, 31 ianuarie 2015

## Clasa a VI-a

1. Să se determine numerele prime *a, b, c* pentru care $2a+3b+4c=30$.

*Prof. dr. Mihaela Albici – Școala Gimnazială Muereasca de Sus*

2. Să se arate că fracția:

$$\frac{2^{2n+1}\cdot 5^{2n}+2^{n}\cdot 5^{n+1}+2^{n-1}\cdot 5^{n}+1986}{2^{3n+2}\cdot 5^{3n}+2^{4n+3}\cdot 5^{4n+2}+2^{3n+1}\cdot 5^{3n-1}+1988},$$

se simplifică cu 18 pentru orice $n\in\mathbf{N}, n\geq 6$.

*Prof. dr. Mihaela Albici – Școala Gimnazială Muereasca de Sus*

3. Determinați *x* din ecuația:

$$x-\frac{1\cdot 2+2\cdot 4+3\cdot 6+...+50\cdot 100}{3\cdot 4+6\cdot 8+9\cdot 12+...+150\cdot 200}=\frac{1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+...+49\cdot 50}{1^2+2^2+3^2+...+20^2}$$

*Prof. Cristian Roată – Rm. Vâlcea*
*Prof. Valentin Smarandache – Călimănești*

4. Pe o dreaptă *d* se consideră punctele *A, B, C, D* (în această ordine), astfel încât $[AB]\equiv[CD]$. Fie *E* un punct exterior dreptei *d* astfel încât $\widehat{EAD}\equiv\widehat{EDA}$. Dacă *M* este mijlocul segmentului $[AE]$ și *N* este mijlocul segmentului $[DE]$ arătați că:

a) $[AM]\equiv[DN]$ și $[AN]\equiv[DM]$;

b) $\Delta AMB\equiv\Delta DNC$;

c) $\Delta CAN\equiv\Delta BDM$ .

*Prof. Emil Mitrache - Școala Gimnazială I. Gh. Duca Rm. Vâlcea*
*Prof. Gheorghe Moțoc - Școala Gimnazială Șerban VodăCantacuzino Călimănești*

<u>Notă:</u>

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp efectiv de lucru: 2 ore.

# CONCURSUL INTERJUDEȚEAN

# *TREPTE ÎN MATEMATICĂ*

## Ediția a XII-a, Călimănești, 31 ianuarie 2015

## Clasa a VII-a

1. a) Arătați că $\left(\sqrt{3}-5\right)^2 = 28-10\sqrt{3}$;

   a) Determinați numerele întregi $x$ pentru care $x^2 \leq 28-10\sqrt{3}$.

*Prof. Gheorghe Moțoc - Școala Gimnazială Șerban VodăCantacuzino Călimănești*

2. Arătați că: $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{11}} + \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{11}}{\sqrt{7}} + \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{11}}{\sqrt{5}} > 6$

*Prof. Emil Mitrache - Școala Gimnazială I. Gh. Duca Rm. Vâlcea*
*Prof. Gheorghe Moțoc - Școala Gimnazială Șerban VodăCantacuzino Călimănești*

3. Fie suma:

$$S = \overline{0,(ab)} + \overline{0,(ba)} + \overline{0,a(b)} + \overline{0,b(a)} + \overline{a,0(b)} + \overline{a,(0b)} + \overline{b,0(a)} + \overline{b,(0a)}.$$

Aflați cel mai mic număr natural $\overline{ab}$ pentru care suma $S$ este fracție ireductibilă.

*Prof. Gheorghe Radu – Colegiul Național de Informatică*
*Matei Basarab Rm. Vâlcea*

4. Într-un triunghi isoscel $ABC$, $[AB]\equiv[AC]$, se notează cu $E$ și $M$ punctele de intersecție ale bisectoarei și respectiv înălțimii duse din vârful $B$, $E \in (AC), M \in (AC)$. Să se arate că $2 \cdot MC \cdot CE = \dfrac{BC^3}{AB+BC}$

*Prof. dr. Mihaela Albici – Școala Gimnazială Muereasca de Sus*

<u>Notă:</u>

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp efectiv de lucru: 2 ore.

# CONCURSUL INTERJUDEȚEAN
# *TREPTE ÎN MATEMATICĂ*
## Ediția a XII-a, Călimănești, 31 ianuarie 2015

## Clasa a VIII-a

1. Să se arate că:

$$E = n^2m + nm^2 + n^2 + m^2 + 2mn + n + m,$$

este divizibil cu 2 pentru orice *m, n* numere naturale.

*Prof. dr. Mihaela Albici – Școala Gimnazială Muereasca de Sus*

2. Aflați numerele naturale $\overline{abcd}$, unde *a, b, c, d* sunt cifre în baza zece, știind că $\left(\overline{abc}\right)^2 = \left(\overline{dc}\right)^3$.

*Prof. Gheorghe Radu – Colegiul Național de Informatică Matei Basarab Rm. Vâlcea*

3. Arătați că numărul:

$$A = \left( \frac{\sqrt{8060 + 4030\sqrt{2}} + \sqrt{8060 - 4030\sqrt{2}}}{\sqrt{8060 + 4030\sqrt{2}} - \sqrt{8060 - 4030\sqrt{2}}} - \sqrt{2} \right)^{2015},$$

este pătrat perfect.

*Prof. Cristian Roată – Rm. Vâlcea*
*Prof. Valentin Smarandache – Călimănești*

4. În laboratorul de biologie, care are forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de *8 m*, *8 m* și *4 m*, au scăpat dintr-o cutie 33 fluturi, care s-au împrăștiat, zburând în toată sala, fără a ieși afară. Să se arate că în orice moment există doi fluturi la o distanță mai mică de *3,5 m* unul de altul.

*Prof. dr. Mihaela Albici – Școala Gimnazială Muereasca de Sus*

<u>Notă:</u>

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp efectiv de lucru: 2 ore.

# CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică
# Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015
# Clasa a IX-a (M1=4ore)

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** a) Determinaţi valorile întregi ale lui x dacă: $\left[1-\frac{3}{2x}\right]\sqrt{2}+\left[\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{x}\right)\right]\sqrt{3}=0$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x;
b) Aflaţi perechile $(x,y)$ ∈**RxR** dacă $|x-1|+|x-2|+|3-y|+|4-y|=2$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**(7p) II.** Fie $x_1$ şi $x_2$ rădăcinile ecuaţiei $ax^2+bx+c=0$ cu coeficienţi reali şi a nenul. Arătaţi că dacă $x_1,a,b,c,x_2$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice de raţie nenulă atunci $(a+b+c)^{2014}=(x_1+x_2)^{2015}$.

Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti
Prof. Roată Cristian, Rm. Vâlcea

**(7p) III.** Fie M=$\left\{x\in N \,/\, x=\frac{2n^2+4n+2}{n^2+1}, n\in N\right\}$ şi B=$\{1,2,3\}$.

a) Calculaţi $M\Delta B=(M-B)\cup(B-M)$;
b) Rezolvaţi ecuaţia $M\Delta X=B$;
c) Arătaţi că dacă $A\cup B=A\cup C$ şi $A\cap B=A\cap C$, atunci A=B.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**(7p) IV.** Fie I centrul cercului înscris într-un triunghi ABC. Arătaţi că există numerele reale x, y şi z nenule, astfel încât cu vectorii $\overrightarrow{v_1}=x\cdot\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{v_2}=y\cdot\overrightarrow{IB}$ şi $\overrightarrow{v_3}=z\cdot\overrightarrow{IC}$ să putem forma un triunghi.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

# CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică
## Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015
## Clasa a X-a (M1=4ore)

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** Dacă $a^{2n}-a^n+1=0$ şi $b^{2n}-b^n+1=0$, $n\in\mathbf{N}^*$, să se calculeze:

$$E(a,b)=(ab)^{2015n}+\frac{1}{(ab)^{2015n}}+\left(\frac{a}{b}\right)^{2015n}+\left(\frac{b}{a}\right)^{2015n}.$$

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**(7p) II.** Să se arate că funcţiile $f:(-1,1)\to\left(\frac{-2015}{2},\frac{2015}{2}\right)$, $f(x)=\frac{2015x}{1+x^2}$ şi

$g:\left(\frac{-2015}{2},\frac{2015}{2}\right)\to(-1,1)$, $g(x)=\frac{\sqrt{2015+2x}-\sqrt{2015-2x}}{\sqrt{2015+2x}+\sqrt{2015-2x}}$ sunt bijective.

Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti
Prof. Roată Cristian, Rm. Vâlcea

**(7p) III.** Să se determine numerele reale strict pozitive x,y,z ştiind că
$\max(\log_2 x, \log_2 yz)=\max(\log_2 y, \log_2 xz)=\max(\log_2 z, \log_2 xy)=1$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**(7p) IV.** Să se determine elementele triunghiului ABC, cunoscând că $\log_a b+\log_b a=$
$=2\sin(A+B)$, $a,b\subset(1,\infty)$ şi $r=2-\sqrt{2}$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică**
**Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015**
**Clasa a XI-a (M1=4ore)**

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** Să se calculeze:

a) $\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)^4-\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)^4}{x}$;

b) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[m]{x^2-x+1}-\sqrt[n]{x^2-x+1}}{\sqrt[p]{x^2+x+1}-\sqrt[q]{x^2+x+1}}$, m,n,p,q numere naturale mai mari ca 1, $m\neq n$, $p\neq q$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**(7p) II.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2015 & 0 & 2014 & 0 \\ 0 & 2015 & 0 & 2014 \\ 2014 & 0 & 2015 & 0 \\ 0 & 2014 & 0 & 2015 \end{pmatrix}\in M_4(Z)$.

Să se calculeze $A^n$, n- număr natural nenul.

Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti
Prof. Roată Cristian, Rm. Vâlcea

**(7p) III.** Fie $a=\sqrt[3]{2}-1$ şi funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3+3x^2+3x-1$.

a) Calculaţi f(a);

b) Determinaţi

$\lim_{n\to\infty}\left(a^3\sqrt{n+3}+3a^2\sqrt{n+2}+(3a-1)\sqrt{n+1}\right)$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**(7p) IV.** Fie matricea $X=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Dacă notăm $X^n=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a_n & b_n \end{pmatrix}$, $n\in\mathbf{N}^*$, să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică**
**Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015**
**Clasa a XII-a (M1=4ore)**

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** a) Să se calculeze integrala nedefinită: $\int \frac{x^{2015}+x^{2019}}{x^{2015}+x^{2021}}dx, x > 0$;

b) Să se calculeze integrala definită $\int_{-2015}^{2015} \frac{x^{2014}\cdot sinx^{2015}}{x^{2016}+1}$ ;

c) Să se determine primitivele funcţiei f(x)=tg(x+2015)·tg(x+2014) pe domeniul maxim de definiţie.

Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti
Prof. Roată Cristian, Rm. Vâlcea

**(7p) II.** Determinaţi primitiva funcţiei f:$(0,\infty)$ →R, f(x)= $\frac{1}{(2x+5)\sqrt{4x^2+20x+21}}$ care se anulează în punctul $x=\frac{1}{2}$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**(7p) III.** Pe mulţimea G=**R**\\$\{2015\}$ se consideră legea de compoziţie:
x∗y=2$(x-2015)(y-2015)$+m, $(\forall)$x,y∈G, m∈ **R**.

a) Găsiţi parametrul real m astfel încât $(G,*)$ este grup abelian;

b) Pentru m determinat mai sus dovediţi că $(G,*)$ este izomorf cu $(R^*,\ \cdot)$ prin funcţia f: $G\to R^*, f(x)=2(x-2015)$;

c) Calculaţi 1∗2$*3*\ldots*2014$ pentru m determinat mai sus.

Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti
Prof. Roată Cristian, Rm. Vâlcea

**(7p) IV.** a) Fie funcţia f:$[1,2]$ →**R**, f- continuă şi f(x)=f(3-x). Arătaţi că
$\int_1^2 xf(x)dx = \frac{3}{2}\int_1^2 f(x)dx$;

b) Arătaţi că $\int_1^2 (2x-3)x^{2n}(3-x)^{2n}dx = 0$.

Prof. Pană Florian, Călimăneşti

**CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică**
**Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015**
**Clasa a IX-a (M2=3ore)**

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** Pe laturile AB, AC şi BC ale triunghiului ABC se iau punctele P, N şi M astfel încât $\overrightarrow{PB} = -\frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{BA}$, $4\cdot\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$ şi $\overrightarrow{MC} - \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BM}$.

a) Reprezentaţi în planul triunghiului punctele M, N şi P;

b) Arătaţi că $4\cdot\overrightarrow{AM} = 3\cdot\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$;

c) Să se calculeze $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP}$.

Prof. Smarandache Cristina, Rm. Vâlcea
Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti

**(7p) II.** Să se rezolve ecuaţiile: a) $\left|2014 + \left|\frac{3x+1}{2}\right| - |6x+2|\right| = 2015$;

b) $\left[\frac{1+2x}{3}\right] = \frac{x}{2015}$.

Prof. Barbu Daniela, Călimăneşti
Prof. Neacşu Steluţa, Călimăneşti

**(7p) III.** Să se rezolve inecuaţiile: a) $|1 - 2015x| \geq 6$ în **R**;

b) $|2 - 2013x| < 2015$ în **N**;

c) $\left||2x+3| - 2015\right| \leq 4$ în **Z**.

Prof. Smeureanu Florin, Rm. Vâlcea
Prof. Roată Cristian, Rm. Vâlcea

**(7p) IV.** Se consideră numerele a=$\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ şi b=$\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$.

a) Găsiţi partea întreagă şi partea fracţionară a celor două numere;

b) Calculaţi media aritmetică şi media geometrică a celor două numere;

c) Arătaţi că $a - \frac{1}{b}$ este un număr raţional.

Prof. Neacşu Steluţa, Călimăneşti
Prof. Barbu Daniela, Călimăneşti

# CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică
## Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015
## Clasa a X-a (M2=3ore)

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** Se consideră $z_1$ şi $z_2$ soluţiile complexe nereale ale ecuaţiei $z^3 - 1 = 0$.
a) Calculaţi Re(w) si |w| unde $w = z_1^{2015} + z_2^{5102}$;
b) Determinaţi $1 + z_1 + z_1^2 + \cdots + z_1^{2015}$.

Prof. Barbu Daniela, Călimăneşti
Prof. Neacşu Steluţa, Călimăneşti

**(7p) II**. a) Să se calculeze valoarea numărului E=$\log_6 16$ în funcţie de a=$\log_{12} 27$;
b) Să se calculeze valoarea numărului E=$\log_{30} 16$ în funcţie de a=$\log_{30} 3$şi b=$\log_{30} 5$.

Prof. Ghiţă Elena, Constanţa
Prof. Ghiţă Marius, Constanţa

**(7p) III.** a) Aflaţi $n \in \mathbb{N}$ pentru care expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x\sqrt[3]{x^2}}\right)^{-3+n} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt[3]{x^5}}{x^{n+3}}}$ nu depinde de $x$
$(x > 0)$.
b) Aflaţi $x \in \mathbb{Z}$ ştiind că $\left(\sqrt{2} - 1\right)^{x^2-91x-55} \geq \frac{1}{\left(1+\sqrt{2}\right)^{2015}}$.

Prof. Cotoarbă Cristian, Rm. Vâlcea
Prof. Turmacu Mihaela, Rm. Vâlcea

**(7p) IV**. a) Să se calculeze $i^2+i^5+i^8+...+i^{2015}$;
b) Se consideră numărul complex $z = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + i\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ . Să se arate că $z^{24} \in \mathbf{R}$ .

Prof. Bîrzescu Cătălin, Rm. Vâlcea
Prof. Borcea Nicoleta, Rm. Vâlcea

# CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică
## Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015
## Clasa a XI-a (M2=3ore)

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{3\sqrt{3}-\sqrt{x}}+2a}, & x > 3 \\ \dfrac{2x^2-7x+3}{14x-2x^2-24}, & x < 3 \end{cases}$.

Să se determine parametrul real *a* astfel încât funcţia să aibă limită în punctul 3.

Prof. Neacşu Steluţa, Călimăneşti
Prof. Barbu Daniela, Rm. Vâlcea

**(7p) II.** Să se rezolve în $M_2(\mathbf{Z})$ ecuaţia matriceală: $A^2 + 398A = \begin{pmatrix} 2015 & 0 \\ 0 & 2015 \end{pmatrix}$, ştiind că suma elementelor de pe diagonala principală a lui A(=Tr$(A)$ ) este un număr întreg nedivizibil cu 199.

Prof. Smarandache Cristina, Rm. Vâlcea
Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti

**(7p) III.** Se consideră funcţia $f:\mathbf{D} \to \mathbf{R}$, f(x) = $\dfrac{x\sqrt{x^2-x}}{x+2015}$.

a) Găsiţi domeniul maxim de definiţie al funcţiei;
b) Determinaţi asimptotele funcţiei f.

Prof. Traşcă Iuliana, Scorniceşti-Olt
Prof. Tomescu Mariana, Rm. Vâlcea

**(7p) IV.** Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Să se calculeze $(A + A^2 + A^3)^{2015}$;
b) Găsiţi suma elementelor matricei $I_3+A+A^2+\ldots+A^{2015}$;
c) Găsiţi o matrice de ordinul 3 nenulă X cu elemente întregi astfel încât: $A^2 \cdot X = X \cdot A^2 = O_3$.

Prof. Dinu Maria, Drăgăşani
Prof. Dinu Daniel, Drăgăşani

# CONCURSUL Trepte în matematică şi fizică
## Ediţia a XII-a, 31 ianuarie 2015
## Clasa a XII-a (M2=3ore)

**NOTĂ:**
**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(7p) I.** Se defineşte pe mulţimea H$=\left(-\sqrt{2015},\sqrt{2015}\right)$ legea de compoziţie x∗y=$\frac{2015(x+y)}{xy+2015}$, $(\forall)$ x,y∈H.

a) Precizaţi dacă mulţimea H înzestrată cu legea dată formează grup abelian;

b) Să se rezolve ecuaţia $(1-x)*(2x-1)=1$;

c) Calculaţi $\left(-\sqrt{2014}\right)*\left(-\sqrt{2013}\right)*\left(-\sqrt{2012}\right)*\ldots*\sqrt{2012}*\sqrt{2013}*\sqrt{2014}$.

Prof. Smarandache Cristina, Rm. Vâlcea
Prof. Smarandache Valentin, Călimăneşti

**(7p) II.** Se consideră funcţiile f:$(2015,\infty)$ →R, f(x)= $\frac{x}{x-2015}$ şi F:$(2015,\infty)$ →R, F$(x)$=x+$2015\ln(x-2015)$ .

a) Demonstraţi că F este o primitivă a funcţiei f;

b) Aflaţi o primitivă a funcţiei f care în 2016 dă valoarea 2015;

c) Determinaţi valoarea parametrului real a pentru care $\int_a^{2017} F(x)f(x)$=$\frac{[a+1+2\ln(a+1)]^2}{2}-\frac{a}{2}$.

Prof.Morosan Mariana, Bistrita-Năsăud
Prof. Neagu Mihaela, Dambovita

**(7p) III.** Se consideră mulţimea de numere G=$\left\{a+b\sqrt{2015}, a,b\in Q,\ a^2-2015b^2=1\right\}$ şi mulţimea de matrice M=$\left\{\begin{pmatrix} x & y \\ 2015y & x\end{pmatrix}, x,y\in Q,\ x^2-2015y^2=1\right\}$.

a) Arătaţi că înmulţirea numerelor determină pe G o structură de grup abelian;

b) Demonstraţi că $(M,\ \cdot)$ este grup abelian;

c) Dovediţi că funcţia f:G→M, f$\left(a\ |\ b\sqrt{2015}\right)$=$\begin{pmatrix} a & b \\ 2015b & a\end{pmatrix}$ este un izomorfism de grupuri.

Prof. Barbu Daniela, Călimăneşti
Prof. Neacşu Steluţa, Rm. Vâlcea

**(7p) IV.** Ştiind că x>0 să se calculeze: a) $\int e^{2015\sqrt{x}}dx$;

b) $\int \sqrt{x}e^{2015\sqrt{x}}dx$.

Prof. Badea Delia, Rm. Vâlcea
Prof.Badea Cătălin, Rm. Vâlcea