



Concursul interjudețean de matematică UNIREA 2015

Ediția a 14-a

Focșani, Ianuarie 2015

Clasa a 4-a

Problema 1. Fie cinci numere naturale. Al doilea număr este cât un sfert din primul număr dar de trei ori mai mare decât al treilea număr iar al cincilea număr este cât a treia parte din primul și cât o jumătate din al patrulea.

Care sunt numerele dacă diferența dintre cele mai mici numere este 10 ? Justificați.

Problema 2. Determinați numerele naturale de trei cifre nenule care satisfac simultan condițiile:

- (i) cifra sutelor este egală cu suma celorlalte două cifre;
- (ii) produsul cifrelor numărului este egal cu triplul sumei cifrelor acestuia. Justificați.

Problema 3.

„Foaie verde de arțari
Câte ciori sunt și câți pari ?
Dacă ele stând răzlețe
Ca s-avem un par și-o cioară,
Șapte din „cinstite fețe”.

S-ar roti pe dinafară ...
Însă dacă ele-ar vrea
Câte două-n par sa stea
Alt neajuns apare iar:
Rămân liberi trei pari!”

Justificați.

Problema 4. Fie numărul natural $N = 8 + 16 + 24 + \dots + 8n$. Determinați numerele naturale n, N și cifra a dacă $N = \overline{aaa} \cdot 12$. Justificați.

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte

Concursul interjudețean de Matematică „UNIREA“, Focșani, 30 ianuarie 2015

Clasa a IV-a

Subiectul I

Fie cinci numere naturale. Al doilea număr este cât un sfert din primul număr, dar de trei ori mai mare decât al treilea număr, iar al cincilea este cât a treia parte din primul și cât o jumătate din al patrulea.

Care sunt numerele dacă diferența dintre cele mai mici numere este 10? Justificați!

(G.M. 9/2014)

Barem de corectură și de evaluare

Din oficiu

(1p)

Metoda grafică

Reprezintă:

<input type="checkbox"/>	al treilea număr	
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	al doilea număr	(1p)
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	primul număr	
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	al cincilea număr	(1p)
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	al patrulea număr	
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> - <input type="checkbox"/> = <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	diferența dintre cele mai mici numere	(1p)
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	10	
<input type="checkbox"/>	$10 : 2 = 5$	(1p)

Deci primul număr este $12 \times 5 = 60$.

Al doilea număr este $3 \times 5 = 15$.

Al treilea număr este 5.

Al patrulea număr este $8 \times 5 = 40$.

Al cincilea număr este $4 \times 5 = 20$.

(2p)

Subiectul II

Determinați numerele naturale de trei cifre nenule care satisfac simultan condițiile:

(i) cifra sutelor este egală cu suma celorlalte două cifre;

(ii) produsul cifrelor numărului este egal cu triplul sumei cifrelor acestuia. Justificați!

(Cătălin Budeanu)

Barem de corectură și de evaluare

Din oficiu

(1p)

Fie \overline{abc} unul dintre numerele căutate.

Relația (i) devine $a = b + c$ iar (ii) devine $a \cdot b \cdot c = 3(a + b + c) = 3(a + a) = 6a$. (2p)

Din $a \cdot b \cdot c = 6a$ și $a \neq 0$ rezultă $b \cdot c = 6$. (2p)

$\overline{abc} \in \{716; 761; 523; 532\}$. (2p)

Subiectul III

„Foaie verde de arțari
 Câte ciori sunt și câți pari?
 Dacă ele stând răzlețe
 Ca s-avem un par și-o cioară,
 Șapte din „cinstite fețe“.

S-ar roti pe dinafară ...
 Însă dacă ele-ar vrea
 Câte două-n par să stea
 Alt neajuns apare iar:
 Rămân liberi trei pari!“

Justificați!

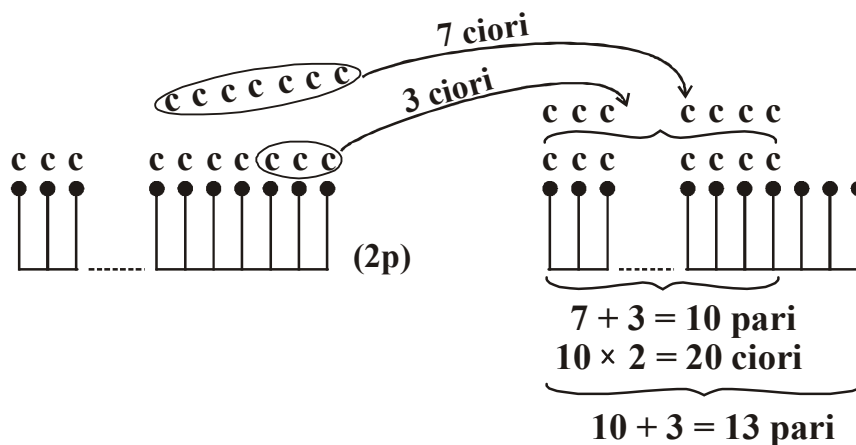
(Gazeta Matematică, 2012, enunț modificat)

Barem de corectură și de evaluare

Din oficiu

(1p)

Metoda grafică



(2p)

(1p)

Sunt 13 pari și 20 de ciori.

(1p)

Subiectul IV

Fie numărul natural $N = 8 + 16 + 24 + \dots + 8n$.

Determinați numerele naturale n , N și cifra a dacă $N = \overline{aaa} \cdot 12$.

Justificați!

(Artur Bălăucă)

Barem de corectură și de evaluare

Din oficiu

(1p)

$$N = 8 \cdot (1 + 2 + \dots + n) = 8 \cdot n(n + 1) : 2 = 4n(n + 1).$$

(2p)

$$\overline{aaa} \cdot 12 = a \cdot 111 \cdot 12 = a \cdot 3 \cdot 37 \cdot 12 = a \cdot 36 \cdot 37.$$

(2p)

$$\text{Din } 4n(n + 1) = a \cdot 36 \cdot 37 \text{ rezultă } n = 36, a = 4 \text{ și } N = 5328.$$

(2p)