INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

ŞCOALA GIMNAZIALA nr. 56 – BUCUREŞTI

Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii Gimnaziale nr. 56

Ediţia a XIV – a

24.01.2015

CLASA a VI-a

1. Fie $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ două unghiuri cu măsurile de 50^0, respectiv 140^0, iar (OD semidreapta opusă semidreptei (OA. Aflați:
   a) măsura unghiului $\sphericalangle AOC$
   b) măsura unghiului format de bisectoarea (OX unghiului $\sphericalangle AOC$ cu bisectoarea (OY a unghiului $\sphericalangle COD$.

2. Cinci numere naturale au proprietatea că suma pătratelor oricăror patru numere dintre acestea este un element al mulțimii $\{123, 203, 242, 258\}$. Determinați cele cinci numere. (Marcel Chiriță, G.M.)

3. Determinați numerele naturale nenule n, care au $\frac{n}{2}+1$ divizori. (Sena Azis)

4. În plan, în jurul punctului O sunt așezate segméntele (OA_1), (OA_2), (OA_3),…, (OA_{56}) în această ordine, astfel încât $\sphericalangle A_1OA_2$, $\sphericalangle A_2OA_3$,…, $\sphericalangle A_{56}OA_1$ să fie unghiuri formate în jurul punctului O.
   Doi copii se joacă și colorează fiecare pe rând, câte unul, sau două segmente alăturate. (Un segment se colorează o singură dată) Cine a colorat ultimul segment, câștigă.
   Găsiți o strategie a unuia dintre jucători astfel ca acesta să câștige indiferent de ce joacă celălalt.

Timp de lucru 2 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE- clasa a VI-a

1. Cazul I $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ adiacente $m(\sphericalangle AOC)=170^0$ 1p

$m(\sphericalangle COD)=10^0$..1p

justificare $m(\sphericalangle XOY)=90^0$...2p

Cazul II $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ neadiacente $m(\sphericalangle AOC)=90^0$ 1p

$m(\sphericalangle COD)=90^0$..1p

justificare $m(\sphericalangle XOY)=90^0$...1p

2. Fie $a\leq b \leq c \leq d \leq e$, $a, b, c, d, e, \in \mathbf{N} \Rightarrow a^2\leq b^2\leq c^2 \leq d^2 \leq e^2$……………………………………1p

$S= a^2+b^2+c^2 +d^2 +e^2$, $S_1=S-a^2$, $S_2=S-b^2$, $S_3=S-c^2$, $S_4=S-d^2$, $S_5=S-e^2 \Rightarrow S_1\geq S_2\geq S_3\geq S_4\geq S_5$…………..1p

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \in \{123, 203, 242, 258\}$ deci două dintre sumele S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 sunt egale(1)………......1p

$S_1+S_2+S_3+ S_4+ S_5=4S$ =par (2) Din (1) și (2) $\Rightarrow S_5=123, S_4=203, S_3=S_2=242, S_1=258 \Rightarrow 4S=1068$ 1p

$e^2=144 \Rightarrow e=12$; $d^2= 64 \Rightarrow d=8$; $b^2=c^2=25 \Rightarrow b=c=5$; $a^2=9 \Rightarrow a=3$..2p

$S_5=123, S_4=203, S_3=242, S_2=S_1= 258 \Rightarrow 4S=1084 \Rightarrow S=271 \Rightarrow e^2=148 \Rightarrow e \notin \mathbf{N}$...1p

3. n are $(\frac{n}{2}+1)$ divizori naturali $\Rightarrow n =2k$, $k\in \mathbf{N}^*$ ………………………………………………………....1p

Dacă $k=1 \Rightarrow n =2$ care are $\frac{2}{2}+1$ divizori naturali ……………………………………………….....…..1p

Dacă $k\geq 2$ singurul divizor al lui n mai mare decât k este n……………………………………....…..1p

Cum n are $k+1$ divizori $\Rightarrow 1, 2, \ldots, k$ sunt divizori ai lui $n \Rightarrow k-1/ n \Rightarrow k-1/ 2k$…………….............2p

Din $k - 1/2k$ și $k - 1/2k - 2 \Rightarrow k - 1/2$ deci $k \in \{2,3\}$..1p

Rezultă că $n \in \{4,6\}$ Ambele numere verifică relația n are $\frac{n}{2}+1$ divizori naturali ……………………....1p

4. Grupăm segmentele câte două astfel: $\{ (OA_1), (OA_{29})\}$, $\{(OA_2), (OA_{30})\}$, …,$\{ (OA_{28}), (OA_{56})\}$……...2p

Un jucător nu poate colora două segmente din aceeași grupă pentru că ele nu sunt alăturate…………...1p

Dacă primul jucător colorează un segment dintr-o grupă, atunci al doilea jucător colorează al doilea segment din aceeași grupă...1p

Dacă primul jucător colorează două segmente , atunci al doilea jucător colorează celelalte două segmente din grupele unde se află primele segmente...2p

În acest mod, al doilea jucător completează de colorat grupele și câștigă..1p