

**Clasa a VIII-a. Lecția 8**  
**10. 01. 2015**

**DISTANȚE IN SPAȚIU. UNGHIURI DIEDRE**

**Probleme propuse**

1. Paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  are  $AD = AA' = a$  și  $AB = 2a$ . Punctul  $E$  este proiecția punctului  $A$  pe diagonala  $BD'$ . Calculați :
  - a)  $m[\sphericalangle((D'AB), (BCD))]$  ;
  - b)  $A_{\Delta AD'B}$  ;
  - c) Lungimea segmentului  $[C'E]$  .(O. L.Cța 2011)
2. În prisma triunghiulară regulată  $ABCA' B' C'$  cu  $AB = a$  și  $AA' = 2a$  , se iau punctele  $M, N, P$  pe muchiile  $AA', BB'$  respectiv  $CC'$  , astfel încât  $\frac{A'M}{A'A} = \frac{BN}{B'B} = \frac{1}{4}$  și  $\frac{C'P}{C'C} = \frac{1}{2}$ .  
Aflați :
  - a)  $m[\sphericalangle((MNP), (ABC))]$  ;
  - b)  $d[A, (MNP)]$  .(Prof. Geatagai Musa –Cerchez)
3. Se dă un plan  $\alpha$  și o semidreaptă  $[Ox$  care face cu planul  $\alpha$  un unghi de  $30^\circ$  ( $O \in \alpha$ ) .Un punct  $A$  situat de aceeași parte a planului  $\alpha$  cu  $[Ox$  , ( $A \notin [Ox$ ) se proiectează pe planul  $\alpha$  în punctul  $B$  , iar pe semidreapta  $[Ox$  în punctul  $C$  . Se dă  $OA = 17cm$  ,  $OB = 8cm$  ,  $OC = 12cm$  . Notăm cu  $D$  proiecția lui  $C$  pe planul  $\alpha$  și cu  $M$  mijlocul lui  $[OD]$ .
  - a) Să se calculeze  $[BC]$ ;
  - b) Să se arate că  $AM \perp OD$ ;
  - c)  $d[B, (AOD)]$ . (Prof.Valeriu Matei)
4. Piramida patrulateră regulată  $VABCD$  are muchia bazei egală cu  $2a$  și muchiile laterale cu  $3a$ . Se iau punctele  $M$  și  $N$  pe muchia  $VD$  , respectiv  $AB$  , astfel încât  $\frac{VM}{MD} = \frac{3}{2}$  și  $\frac{AN}{NB} = \frac{2}{3}$  . Calculați tangenta unghiului dintre dreapta  $MN$  și înălțimea  $VE$  a  $\Delta VBC$  .(Prof. Geatagai Musa-Cerchez)

5. Fie  $ABCD A' B' C' D'$  un cub cu latura  $AB = a$ . Considerăm punctele  $E \in (AB), F \in (BC)$  astfel încât  $AE + CF = EF$ .
- Să se calculeze măsura unghiului format de planele  $(D' DE)$  și  $(D' DF)$ ;
  - Să se calculeze distanța de la  $D'$  la dreapta  $EF$ . **(O.N. 2014/G.M.-B nr.6-7-8/2014)**
6. Fie  $\Delta ABC$  cu  $AB = a$ ,  $m[\sphericalangle(C)] = 30^\circ$ , iar punctele  $M$  și  $O$  mijloacele laturilor  $AB$ , respectiv  $BC$ . În punctul  $O$  se ridică perpendiculara  $OS$  pe planul  $(ABC)$ , iar  $AB \perp (SOM)$ ,  $SM = a\sqrt{3}$ . Să se calculeze  $m[\sphericalangle((SAB), (ABC))]$ .  
**(Prof. Ion Tiotioi)**
7. Fie  $ABCD$  un dreptunghi cu  $AB = 6cm$ ,  $BC = 3\sqrt{2}cm$ , iar  $P$  este mijlocul laturii  $AB$ . În punctul  $P$  se ridică perpendiculara  $MP$  pe planul dreptunghiului  $MP = 3\sqrt{3}cm$ . Se cere :
- $m[\sphericalangle(MC, (ABC))]$ ;
  - $m[\sphericalangle(MC, BD)]$ .
8. Fie  $VABCD$  o piramidă patrulateră regulată cu toate muchiile egale,  $M$  mijlocul muchiei  $[BC]$  și  $N$  mijlocul muchiei  $[VC]$ . Aflați :
- $\sin[\sphericalangle(VM, AC)]$ ;
  - $tg[\sphericalangle(BN, AC)]$ . **(Prof. Geatagai Musa-Cerchez)**
9. Fie  $OA, OB$  și  $OC$  trei segmente două câte două perpendiculare astfel încât  $OA = 6cm$ ,  $OB = 8cm$  și  $OC = 12cm$ . Calculați distanța de la punctul  $O$  la planul  $(ABC)$ . **(Concursul Comper 2013)**
10. Fie prisma dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$  cu baza romb astfel încât  $AC = 2a\sqrt{3} = AA'$ ,  $DB = 2a$ . Aflați:
- $m[\sphericalangle(DB', (DAC))]$ ;
  - $d(BB', AC')$ ;
  - $d(CC', DB')$ . **(Prof. Simion Păsăreanu)**
11. Fie  $\Delta ABC$  echilateral de latură  $2a$ . Pe planul său se ridică perpendicularele  $AA'$  și  $CC'$ ,  $AA' = 2a\sqrt{3}$ ,  $CC' = a\sqrt{3}$ . Se cere:
- $d(C', A'B)$ ;
  - $d(A', g)$  unde  $g = (A'BC') \cap (ABC)$ ;
  - $m[\sphericalangle((A'BC'), (ABC))]$ . **(Prof. Elena Liță)**

12. Fie piramida patrulateră regulată  $D$ ,  $\{O\} = AC \cap BD$  și  $P, Q \in (VO)$ . Dacă  $\{E\} = AP \cap CV$ ,  $\{F\} = CP \cap AV$ ,  $\{S\} = BQ \cap DV$  și  $\{T\} = DQ \cap BV$ , arătați că măsura unghiului dintre dreptele  $EF$  și  $ST$  nu depinde de alegerea punctelor  $P$  și  $Q$  pe segmentul  $VO$ . (**GM-B nr.11/2014**)

**Temă pentru acasă:** Problemele : 2 , 3 , 6 , 7 , 10 , 11 , 12.

**Bibliografie:**

1. Anton Negrilă, Maria Negrilă – Matematică 8, Editura Paralela 45 , 2014
2. Mircea Fianu , Marius Perianu , Dumitru Săvulescu – Matematică pentru clasa a VIII-a , Editura Art ,2013
3. Gabriela Constantinescu , Mihai Contanu ș.a.- Pas cu pas prin Matematică - Clasa aVIII-a Editura Crizon 2009
4. Colecția Revista de matematică și informatică
5. Colecția Gazeta Matematică