Centrul Județean de Excelență Constanța

Lecția 8.Clasa a VI-a. 10.01.2015

Perpendicularitate în plan. Alte aplicații ale metodei triunghiurilor congruente.

Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi.

1. Triunghiul ABC are AB<AC. Bisectoarea (AY a unghiului adiacent suplementar unghiului BAC intersecteaza prelungirea laturii BC in M. Pe AY se construieste [AN] congruent cu [AM]. Bisectoarea unghiului BAC intersecteaza latura BC in D, iar ND intersecteaza AC in E. Sa se demonstreze ca:
   a)Δ MDN este isoscel
   b)$\Delta AMB \equiv \Delta ANE$
2. In triunghiul isoscel ABC(AB=AC), fie M mijlocul lui [AB], N mijlocul lui [AC], si punctele D si E pe latura BC astfel incat BD=DE=EC. Demonstrati ca unghiurile AMD si CNE sunt suplementare.
3. Fie [AD bisectoarea unghiului A al triunghiului ABC, $DB \in C$. Din B si C se duc perpendiculare pe AD care intersecteaza dreptele AC si AB in P, respectiv Q. Demonstrati ca AD este mediatoarea segmentelor BP si CQ.
4. In triunghiul ABC ducem $AD \perp BC$, $D \in (BC)$ si fieE punctul in care perpendiculara din D pe AC intersecteaza bisectoarea unghiului DAC. Notam $\{F\}=AE \cap BC$. Demonstrati ca triunghiul DEF este isoscel.
5. Fie ABC un triunghi dreptunghic, $m(\angle A)=90^0$, cu AB<ACDucem $AD \perp BC$, $D \in (BC)$ si fie E mijlocul segmentului AB, $\{F\}=DE \cap AC$. Demonstrati ca daca triunghiul FAD este isoscel, atunci triunghiul DEB este echilateral.
6. Triunghiul ABC este isoscel, AB=AC<BC, BC=1998 cm. Bisectoarea unghiului ABC intersecteaza [AC]in punctul D. Perpendiculara din C pe dreapta BD intersecteaza dreapta AB in punctul M.($A \in [MB]$)
   a) Demonstrati ca triunghiul DMC este isoscel
   b) Calculati perimetrul triunghiului ADM

7.Fie triunghiul isoscel ABC , AB=AC,$m(\angle A)=120^0$ si M mijlocul lui AB. Perpendiculara din M pe BC intersecteaza dreapta AC in D iar bisectoarea unghiului CDM taie latura BC in E.

Aratati ca: a)CD=3AD, b)$AD \perp DB$.

8.Triunghiul ABC este dreptunghic cu $m(\angle A)=90^0$, $AD \perp BC, D \in BC$ iar AE este mediana in triunghiul ABC. Daca $m(\angle DAE)=50^0$, determinati masurile unghiurilor ascutite ale triunghiului ABC.

9.In triunghiul ABC , bisectoarea unghiului A si mediatoarea laturii BC se intersecteaza in M.Daca MD $\perp$ AB, D $\in$ AB si ME $\perp$ AC, E $\in$ AC, demonstrati ca BD=EC.

10. În triunghiul dreptunghic ABC, $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, AB<AC, fie AD $\perp$ BC, D $\in$ (BC). Pe semidreapta (AD alegem punctele P şi Q astfel încât DP=BD, DQ=CD, D $\in$ (AP) şi P $\in$ (DQ). Demonstraţi că CP $\perp$ BQ.

11. **.** Fie punctul B $\in$ (AC) şi D, E două puncte de o parte şi de alta a dreptei AC, astfel încât triunghiurile ABD şi BCE să fie echilaterale. Dacă perpendiculara din D pe AB intersectează EC în P, perpendiculara din E pe AB intersectează pe AD în F şi punctele P, B, F sunt coliniare, atunci demonstraţi că AB=BC.

12. Fie triunghiul ABC cu AB<AC . Dacă M este un punct pe bisectoarea unghiului $\angle$BAC, N şi P sunt picioarele perpendicularelor duse din M pe AB şi respectiv AC , perpendiculara din M pe BC intersectează AC în S şi BN=CP.

Arătaţi că :

a) SB=SC ;
b) [BM este bisectoarea unghiului $\angle$NBS .

13. In triunghiul ascutitunghic ABC se construiesc inaltimea [AD] si mediana [AM], D,M $\in (BC)$. Fie punctele E si F astfel incat D este mijlocul lui [AF] si M este mijlocul lui [AE].,iar BF $\bigcap CE=\{P\}$.

Demonstrati ca [PB] $\equiv [PC]$.

14. Se dă triunghiul ascuţitunghic ABC, cu M mijlocul lui [BC]. Perpendiculara pe BC în punctul M intersectează bisectoarea unghiului B în P. Fie D simetricul lui P faţă de AB şi PD $\cap$ AB $=\{E\}$.

i) Demonstraţi că triunghiurile DBE, PBE, PBM şi PCM sunt congruente.

ii) Calculaţi perimetrul poligonului BCPD, ştiind că perimetrul triunghiului PMC este de 12 cm.

iii) Fie [CP], [CM], [MP], [MB], [BP], [PE], [BE], [BD], [ED] tronsoane ale unei reţele de drumuri. Parcurgerea unui tronson ipotenuză costă 50000 lei, a unui tronson catetă mică costă 30000 lei şi a unui tronson catetă mare costă 40000 lei. Aflaţi traseul cel mai ieftin de la C la D, ştiind că proprietarul reţelei de drumuri acordă o reducere egală cu valoarea celui mai scump tronson, cu condiţia să parcurgă trei tronsoane de drum cu acelaşi preţ.

15. Fie ABC un triunghi echilateral. Perpendiculara în A pe AB intersecteaza pe BC în D. Daca M este mijlocul lui [AD], notam cu N intersecµia lui MC cu bisectoarea unghiului BAC. Aratati ca DN $\perp$ AC.

16. Fie ABP un triunghi isoscel cu AB = AP si unghiul PAB ascutit.
Pe dreapta perpendiculara pe PB in punctul P se considera un punct C, situat in acelasi semiplan determinat de PB ca si A, dar nesituat pe dreapta AB. Fie D punctul pentru care ABCD este paralelogram, iar M punctul de intersectie a dreptelor PC si DA. Aratati ca M este mijlocul segmentului [DA]

17. Se da triunghiul ABC cu m($\angle$ ACB) = 40^0 si m($\angle$ BAC) = 60^0 . Pe latura (BC) a triunghiului se considera punctele M si N astfel încât m($\angle$ BAM) = m($\angle$ CAN) = 10^0 .Mediatoarea laturii (AB) intersecteaza latura (AC) în punctulP. Sa se arate ca :

a) triunghiul PNC este isoscel;

b) BM =PN/2

18. Triunghiul dreptunghic ABC (m($\angle$ B) = 90^0) contine zigzagul AM1 = M1N1 = N1M2 = M2N2 = N2B = BC undeM1;M2 sunt pe latura (AB) iar N1;N2 sunt pe latura AC astfel încât M1 $\in$ (AM2) si N1 $\in$ (AN2)

a) Aflati masura unghiului A;

b) Aratati ca printre triunghiurile astfel formate exista un triunghi echilateral. Care este acesta?

19. În triunghiul ABC, m($\angle$ B) = 3 m($\angle$ C) iar semidreptele (BM si (BN împart unghiul ABC în trei unghiuri congruente; M;N $\in$ (AC) si M $\in$ (AN). Stiind ca AP $\perp$ BN, P $\in$ BN si BM intersecteazaAP in Q, demonstrati ca $\angle$ ANQ $\equiv$ $\angle$ BNQ.