



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2015

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$. Calculați suma primilor șapte termeni ai progresiei.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - 8x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația $\lg^2 x + 5 \lg x - 6 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor 8.
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{v}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{v}_2 = a\vec{i} + 6\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5$, $BC = 7$ și $AC = 8$. Calculați măsura unghiului A .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră mulțimea de funcții $G = \{f_{a,b}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_{a,b}(x) = ax + b, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}\}$.
- 5p a) Arătați că $f_{a,b} \circ f_{c,d} = f_{ac, ad+b}$, unde „ \circ ” este compunerea funcțiilor, iar $a, c \in \mathbb{R}^*$, $b, d \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $f_{-1,2} \circ f_{-1,2}$, „ \circ ” fiind compunerea funcțiilor.
- 5p c) Demonstrați că $f_{1,0} \circ f_{a,b} = f_{a,b} \circ f_{1,0} = f_{a,b}$, pentru orice $f_{a,b} \in G$, „ \circ ” fiind compunerea funcțiilor.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$.

- 5p a) Verificați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- 5p b) Găsiți două numere iraționale α și β pentru care $\alpha * \beta$ este număr rațional.
- 5p c) Aflați numărul real a astfel încât $\underbrace{a * a * \dots * a}_{\text{de } 8 \text{ ori}} = 4030$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1+x}{x^2+1}$.

5p a) Calculați $\int (x^2+1)f(x)dx$.

5p b) Calculați $\int \left[\frac{1}{f(x)} - \frac{2}{x+1} \right] dx$.

5p c) Arătați că $F : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \arctg x + \frac{1}{2} \ln(x^2+1)$ este o primitivă a funcției f .

2. Fie funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2+4)$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln(x^2+4) + 4 \arctg \frac{x}{2} - 2x + 3$.

5p a) Calculați $\int e^{f(x)} dx$.

5p b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p c) Determinați primitiva $H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $H(0) = 1$.



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2015
Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

| | | |
|----|--|----------------------|
| 1. | $\begin{cases} 2r = 4 \\ 4a_1 + 11r = 30 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 2, r = 2$ $S_7 = 56$ | 3p 2p |
| 2. | $\Delta = 48$ $x_V = -\frac{b}{2a} = 1$ $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{48}{16} = -3$ | 1p 2p 2p |
| 3. | $\lg x = t, t^2 + 5t - 6 = 0 \Rightarrow t_1 = -6, t_2 = 1$ $x = 10^{-6}, x = 10$ | 3p 2p |
| 4. | $P = \frac{\text{nr. cazurilor favorabile}}{\text{nr. cazurilor posibile}}$ <p>Numărul cazurilor posibile este 90. Numărul cazurilor favorabile este 8.</p> $P = \frac{4}{45}$ | 2p 1p 1p 1p |
| 5. | $\frac{2}{a} = \frac{1}{6}$ $a = 12$ | 3p 2p |

| | | |
|----|--|----|
| 6. | $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$ | 2p |
| | $\cos A = \frac{1}{2}$ | 2p |
| | Măsura unghiului A este de 60° | 1p |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

| | | |
|------|---|----|
| 1.a) | $(f_{a,b} \circ f_{c,d})(x) = f_{a,b}(f_{c,d}(x)) = a(cx+d) + b =$ | 3p |
| | $= acx + ad + b = f_{ac, ad+b}(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$. | 2p |
| b) | $(f_{-1,2} \circ f_{-1,2})(x) = f_{1,-2+2}(x) =$ | 3p |
| | $= f_{1,0}(x) = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. | 2p |
| c) | $f_{a,b} \circ f_{1,0} = f_{a1, a+0+b} = f_{a,b}$ | 2p |
| | $f_{1,0} \circ f_{a,b} = f_{1-a, 1-b+0} = f_{a,b}$ | 2p |
| | Finalizare | 1p |
| 2.a) | $(x * y) * z = \sqrt[3]{x^3 + y^3} * z = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3}$ | 2p |
| | $x * (y * z) = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3}$ | 2p |
| | Finalizare | 1p |
| b) | Exemplu: $\alpha = \sqrt[3]{5}, \beta = \sqrt[3]{3}$ | 3p |
| | $\alpha * \beta = \sqrt[3]{5+3} = 2 \in \mathbb{Q}$ | 2p |
| c) | $\underbrace{a * a * \dots * a}_{\text{de 8 ori}} = \sqrt[3]{\underbrace{a^3 + a^3 + \dots + a^3}_{\text{de 8 ori}}} = \sqrt[3]{8a^3} = 2a$ | 4p |
| | $2a = 4030 \Rightarrow a = 2015$ | 1p |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

| | | |
|------|---|----|
| 1.a) | $\int (x^2 + 1)f(x)dx = \int (x+1)dx =$ | 2p |
| | $= \frac{x^2}{2} + x + \mathcal{C}$ | 3p |
| b) | $\int \frac{1}{f(x)} dx = \int \left(\frac{x^2+1}{x+1} - \frac{2}{x+1} \right) dx =$ | 2p |
| | $= \frac{x^2}{2} - x + \mathcal{C}$ | 3p |

| | | |
|------|--|-------------------------------|
| c) | <p>$F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este primitivă a funcției $f \Leftrightarrow F$ derivabilă și $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (-1, \infty)$</p> <p>$F'(x) = \left(\arctg x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) \right)' = f(x)$ pentru orice $x \in (-1, \infty)$</p> | <p>2p</p> <p>3p</p> |
| 2.a) | <p>$\int e^{f(x)} dx = \int (x^2 + 4) dx =$</p> <p>$= \frac{x^3}{3} + 4x + \mathcal{C}$</p> | <p>2p</p> <p>3p</p> |
| b) | <p>F este primitiva lui $f \Leftrightarrow F$ este derivabilă și $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$</p> <p>$F'(x) = \ln(x^2 + 4) + x \cdot \frac{2x}{x^2 + 4} + 4 \cdot \frac{1}{1 + \frac{x^2}{4}} \cdot \frac{1}{2} - 2 =$</p> <p>$= \ln(x^2 + 4) + 0 = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$</p> | <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> |
| c) | <p>$H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției $f \Rightarrow H(x) = F(x) + c$, unde c este o constantă</p> <p>$H(0) = F(0) + c \Rightarrow 1 = 3 + c$</p> <p>$H(x) = x \ln(x^2 + 4) + 4 \arctg \frac{x}{2} - 2x + 1$</p> | <p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> |