



**CONCURSUL DE MATEMATICĂ
„OLIMPIC PENTRU O ZI”
EDIȚIA a XII – a
Iași – 18 octombrie 2014
Subiecte clasa a VIII – a**

Subiectul I (30 puncte)

- a) Aflați x din egalitatea: $9^{6x} + 81^{3x} + 27^{4x} = 243^5$.
- b) Fie numărul $A = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{2014}-\sqrt{2013}}{\sqrt{2014 \cdot 2013}}$. Să se arate că $0 < A < 1$.

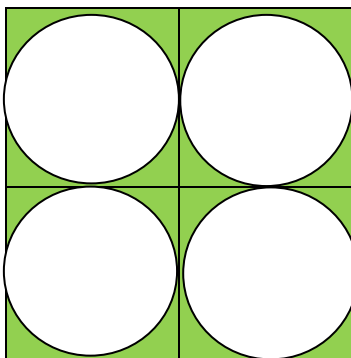
Subiectul II (30 puncte)

Fie a, b, c, d lungimile laturilor a patru pătrate, iar x, y, z, t perimetrele lor. Știind că ariile lor sunt proporționale cu numerele 441, 1296, 1681 și 2809, iar media aritmetică a numerelor $x, y, z, t, 10, 12, 14, \dots, 292$ este 151, să se afle a, b, c, d .

Subiectul III (30 puncte)

Un grădinar a împărțit terenul său, în formă de pătrat cu latura de 8 m, în patru pătrate egale. În fiecare din aceste patru pătrate a înscris un cerc și apoi a sădit flori în interiorul fiecărui cerc. Pe terenul rămas, grădinarul a însămânțat iarbă.

- a) Aflați aria suprafeței cu flori.
- b) Arătați că suprafața acoperită cu iarbă este mai mică de $13,8m^2$, știind că $3,14 < \pi < 3,15$.
- c) Calculați aria patrulaterului cu vârfurile în centrele celor patru cercuri.



Notă:

- ✓ Toate subiectele sunt obligatorii.
- ✓ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.
- ✓ Se acordă **10 puncte** din oficiu.



**CONCURSUL DE MATEMATICĂ
„OLIMPIC PENTRU O ZI”
EDIȚIA a XII – a
Iași – 18 octombrie 2014
Barem clasa a VIII – a**

Subiectul I (30 puncte)

Rezolvare

- a) $(3^2)^{6x} + (3^4)^{3x} + (3^3)^{4x} = (3^5)^5$ 6 puncte
 $3 \cdot 3^{12x} = 3^{25}$ 5 puncte
 $12x + 1 = 25 \Rightarrow x = 2$ 4 puncte
- b) $A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2014 \cdot 2013}} - \frac{\sqrt{2013}}{\sqrt{2014 \cdot 2013}}$ 6 puncte
 $A = 1 - \frac{1}{\sqrt{2014}}$ 5 puncte
 Finalizare, $0 < A < 1$ 4 puncte

Subiectul II (30 puncte)

Rezolvare

- $x = 4a, y = 4b, z = 4c, t = 4d$ 2 puncte
 $\frac{a^2}{441} = \frac{b^2}{1296} = \frac{c^2}{1681} = \frac{d^2}{2809}$ 3 puncte
 $\frac{a^2}{21^2} = \frac{b^2}{36^2} = \frac{c^2}{41^2} = \frac{d^2}{53^2}$ 4 puncte
 $\frac{x + y + z + t + 2 \cdot (5 + 6 + 7 + \dots + 146)}{146} = 151$ 5 puncte
 $\frac{x + y + z + t + 2 \cdot (146 \cdot 147 : 2 - 10)}{146} = 151$ 4 puncte
 $x + y + z + t = 146 \cdot (151 - 147) + 20$ 4 puncte
 $a + b + c + d = 151$ 2 puncte
 $\frac{a}{21} = \frac{b}{36} = \frac{c}{41} = \frac{d}{53} = \frac{a + b + c + d}{151}$ 2 puncte
 Finalizare, $a = 21, b = 36, c = 41, d = 53$ 4 puncte



Subiectul III (30 puncte)

Rezolvare

- a) $R = l : 4 \Rightarrow R = 2m$ 2 puncte
 $A_{flori} = 4 \cdot A_o$ 2 puncte
 $A_{flori} = 4\pi R^2 \Rightarrow A_{flori} = 16\pi m^2$ 4 puncte
- b) $A_{iarba} = A_{patrat} - A_{flori}$ 2 puncte
 $A_{patrat} = l^2 \Rightarrow A_{patrat} = 64m^2$ 3 puncte
 $A_{iarba} = 16 \cdot (4 - \pi)m^2$ 4 puncte
 $3,14 < \pi < 3,15 \Rightarrow 13,6 < A_{iarba} < 13,76$ 4 puncte
 Finalizare, $A_{iarba} < 13,8m^2$ 2 puncte
- c) $O_1O_2O_3O_4$ - pătrat..... 2 puncte
 $O_1O_2 = 2 \cdot R \Rightarrow O_1O_2 = 4m$ 2 puncte
 $A_{O_1O_2O_3O_4} = O_1O_2^2$ 2 puncte
 Finalizare, $A_{O_1O_2O_3O_4} = 16m^2$ 1 punct

Observații:

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Orice altă metodă de rezolvare corectă se punctează atât parțial cât și total!