Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2015

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculaţi $x \cdot y$ ştiind că numerele $1, 4, x, y$ sunt în progresie aritmetică.

5p **2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor întregi inecuaţia: $x^2 + 3x - 10 \leq 0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+1} + 2^x = 24$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{10, 11, 12, \ldots, 99\}$, acesta să aibă suma cifrelor 6.

5p **5.** Fie vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ şi $\vec{v} = 3\vec{i} - a\vec{j}$. Calculaţi numărul real a astfel încât vectorii $\vec{u}$ şi $\vec{v}$ să fie coliniari.

5p **6.** Calculaţi aria triunghiului ABC în care $AB = 4, AC = 5$ şi $m(\sphericalangle A) = 30^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$.

5p **a)** Calculaţi $(\sqrt{5}) \circ (-\sqrt{5})$.

5p **b)** Arătaţi că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru orice x număr real.

5p **c)** Arătaţi că $x \circ y \in (3, +\infty)$, oricare ar fi $x, y \in (3, +\infty)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = \sqrt{x^2y^2 + x^2 + y^2}$.

5p **a)** Verificaţi dacă $(1 * 2) * 3 = 1 * (2 * 3)$.

5p b) Arătați că $x*0=0*x=x$, oricare ar fi $x\in[0,\infty)$.

5p c) Arătați că dacă $x\in\mathbb{R}^*$, atunci nu există $y\in\mathbb{R}$ astfel încât $x*y=0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{2x-x^2}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^2}{e^x}$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int e^x\cdot f(x)dx$.

5p **c)** Determinați primitiva $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f pentru care $G(0)=5$.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=1+\sqrt{x}$.

5p **a)** Calculați $\int f(x)dx$.

5p **b)** Calculați $\int 6\cdot f^2(x)dx$.

5p **c)** Determinați primitiva $F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1)=\dfrac{2}{3}$.

Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2015

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r=3$ $x=7, y=10$ $xy=70$	**2p** **2p** **1p**
2.	$x^2+3x-10=0 \Rightarrow x\in\{-5,2\}$ $x^2+3x-10\le 0, x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2\}$	**3p** **2p**
3.	$2^x=8$ $x=3$	**3p** **2p**
4.	90 de cazuri posibile 6 cazuri favorabile $P=\frac{1}{15}$	**1p** **2p** **2p**
5.	$\frac{2}{3}=\frac{-1}{-a}$ $a=\frac{3}{2}$	**3p** **2p**
6.	$A=\frac{AB\cdot AC\cdot\sin A}{2}$ $A=5$	**1p** **4p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\left(\sqrt{5}\right)\circ\left(-\sqrt{5}\right)=-\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}-3\left(\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)+12=$ $=7$	**2p** **3p**

b)	$x \circ 3 = 3x - 3(x+3) + 12 = 3$ $3 \circ x = 3$ $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.	**2p** **2p** **1p**
c)	$x \in M = (3,\infty) \Rightarrow x > 3$ $y \in M = (3,\infty) \Rightarrow y > 3$ $(x-3)(y-3) + 3 > 3$ Finalizare	**1p** **1p** **2p** **1p**
2.a)	$(1*2)*3 = 3*3 = \sqrt{99}$ $1*(2*3) = 1*7 = \sqrt{99}$ $(1*2)*3 = 1*(2*3)$	**2p** **2p** **1p**
b)	$x*0 = 0*x = \sqrt{x^2} = \|x\| =$ $= x$, oricare ar fi $x \in [0,\infty)$	**3p** **2p**
c)	Fie $x \in \mathbb{R}^*$. $x*y = 0 \Leftrightarrow x^2y^2 + x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = y = 0$, fals. Finalizare	 **2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$F:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ primitivă a funcției f $\Leftrightarrow$ F derivabilă și $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ $F'(x) = \left(\frac{x^2}{e^x}\right)' = \frac{(x^2)' \cdot e^x - x^2 \cdot (e^x)'}{(e^x)^2}$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
b)	$\int e^x \cdot f(x)dx = \int (2x - x^2)dx =$ $= x^2 - \frac{x^3}{3} + C$	**2p** **3p**
c)	G este o primitivă a lui f, deci $G(x) = F(x) + \mathrm{c}$, unde c este o constantă Finalizare	**2p** **3p**
2.a)	$\int f(x)dx = \int (1 + \sqrt{x})dx =$ $= x + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$	**1p** **4p**

b)	$\int 6\cdot f^2(x)dx = 6\cdot\int\left(1+2\sqrt{x}+x\right)dx =$ $= 6\left(x+\frac{4x\sqrt{x}}{3}+\frac{x^2}{2}\right)+\mathcal{C}$	**2p** **3p**
c)	$F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitivă a funcției f $\Leftrightarrow$ F derivabilă și $F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in(0,\infty)$	**2p**
	$F(x)=x+\frac{2x\sqrt{x}}{3}+c$, unde c este constantă	**2p**
	$F(1)=\frac{5}{3}+c \Rightarrow c=-1$	**1p**