CJEMCTA Prof. Gurgui Adriana-Daniela

TEMA 4

08.11.2014

PATRULATERE

PROBLEME PROPUSE:

1. In exteriorul triunghiului *ABC* construim patratele *ABGF* si *ACDE*
a) Aratati ca mediana *AM,* $(M \in (BC))$ a triunghiului *ABC* este perpendiculara pe dreapta *EF.*
b) Aratati ca inaltimea din *A* a triunghiului *ABC* trece prin mijlocul segmentului *(EF).*

2. In patrulaterul convex *ABCD* se da : $m(\sphericalangle BAD) = 40°$, $m(\sphericalangle ADC) = 110°$, $m(\sphericalangle ADB) = 60°$ si $m(\sphericalangle ABC) = 120°$. Sa se arate ca $BC = AD/2$.

3. Se considera patratul ABCD si punctul E in interiorul unghiului $\sphericalangle(CAB)$, astfel incat masura unghiului $\sphericalangle(BAE)$ este de 15°, iar dreptele BE si BD sunt perpendiculare. Demonstrati ca *AE = BD*.

4. In exteriorul patratului *ABCD* se construieste rombul *BCMN*. Se noteaza cu *P* punctul de intersectie a dreptelor *BM* si *AN*. Aratati ca DM ⊥ CP si ca triunghiul *DPM* este dreptunghic isoscel.

5. Se considera patratul *ABCD* si punctele *K* ∈ *(AB), L* ∈ *(BC)* si *M* ∈ *(CD)* astfel incat triunghiul *KLM* este dreptunghic isoscel, cu unghiul drept in *L*. Demonstrati ca dreptele *AL* si *DK* sunt perpendiculare.

6. Fie un triunghi isoscel ABC în care [*AB*]≡[*AC*] și fie *D* ∈ (*AC*). Construim punctul *E* ∈ *AB* astfel încât [*CD*] ≡ [*BE*] și *B* ∈ (*AE*) . Demonstrați că dacă {*F*}= *ED* ∩ *BC* , atunci F este mijlocul segmentului (*DE*).

7. Se da dreptunghiul *ABCD*. Punctele *E* si *F* apartin respectiv segmentelor *(BC)* si *(DC)* astfel incat $\sphericalangle DAF \equiv \sphericalangle FAE$. Aratati ca daca DF+BE=AE, atunci *ABCD* este patrat.

8. Consideram trapezul *ABCD* cu baza mare *AD.* Bisectoarele exterioare ale unghiurilor *A* si *B* se intersecteaza in punctul P, iar bisectoarele exterioare ale unghiurilor *C* si *D* se intersecteaza in Q*.* Demonstrati ca lungimea segmentului *PQ* este egala cu semiperimetrul trapezului.

9. Se considera trapezul *ABCD* cu bazele *AB* si *CD (AB<CD).* Determinati pozitia punctului $E \in [AB]$ astfel incat perimetrul triunghiului *DOE* sa fie minim, unde $\{O\} = AC \cap BD$.

10. Sa se arate ca triunghiul avand ca laturi diagonala, inaltimea si linia mijlocie a unui trapez isoscel, este dreptunghic.

TEMA

11. In exteriorul triunghiului *ABC* construim patratele *ABNM* si *ACPQ,* care au centrele O_1 si respectiv O_2. Daca inaltimeadin A a triunghiului *ABC* intersecteaza MQ in in punctul F, iar punctul *E* este mijlocul laturii *(BC)*, sa se arate ca:

a) *MC=BQ* b) patrulaterul EO_1FO_2 este patrat.

12. In patratul *ABCD* se considera *M si N* mijloacele laturilor $[AD]$ si respectiv $[DC]$. Fie $P \in (MB$ astfel incat *MB=BP.* Daca *BD=8 cm* , calculati distanta de la *B* la *NP.*

13. Fie paralelogramul *ABCD* avand $m(\sphericalangle BAD) = 45°$ si $BD \perp AB$. Fie M un punct pe segmentul $[\mathrm{BC}]$ astfel incat $m(\sphericalangle BAM) = 15°$. Sa se demonstreze ca *AM=BC*.

14. Fie *ABCD* un dreptunghi cu centrul *O, AB≠BC*. Perpendiculara in *O* pe *BD* intersecteaza dreptele *AB* si *BC* in punctele *E*, respectiv *F*. Fie *M* si *N* mijloacele segmentelor *CD*, respectiv *AD*. Aratati ca F M ⊥ E N .

15. Consideram *ABC* un triunghi isoscel cu *AB* = *AC*. Fie *D* mijocul laturii *BC*, *M* mijocul segmentului *AD* si *N* piciorul perpendicularei din *D* pe *BM*. Sa se arate ca $m(\sphericalangle ANC) = 90°$.

16. In trapezul *ABCD , AB∥CD, AB<CD*, diagonala *CA* este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BCD$. Daca *M* este mijlocul bazei mici, $[CD]$, iar $BM \cap AD = \{N\}$, aflati masura unghiului $\sphericalangle ACN$.

17. Trapezul isoscel *ABCD* are diagonalele perpendiculare. Paralela la baze dusa prin punctul de intersectie a diagonalelor intersecteaza laturile neparalele *[BC]* si *[AD]* in punctele *P* , respectiv *R*. Punctul *Q* este simetricul punctului *P* fata de mijlocul segmentului *[BC]*. Demonstrati ca:

a) *RO=OP* ; b) *QR* = *AD*; c) *QR* ⊥ *AD*

BIBLOGRAFIE:

- Colectia GAZETA MATEMATICA, seria B

- Artur Bălăucă – *Olimpiade, concursuri si centre de excelenta*, clasa a VII-a, Editura Taida, Iasi 2012

- Maranda Lint, Dorin Lint, Rozalia Marinescu, Dan Stefan Matrosenco, Mihai Monea, Steluta Monea, Marian Stroe- *Matematica de excelenta pentru concursuri, olimpiade si centre de excelenta*, Editura Paralela 45, Pitesti, 2014

- www.mategl.com