



Concursul Interjudețean
"Matematica, de drag"
Ediția a IX - a, Bistrița
21 - 23 noiembrie 2014



Clasa a X -a

Subiectul I.

Fie numerele reale strict pozitive x și y astfel încât $x^5 + y^5 = x - y$. Să se arate că $x^4 + 11y^4 < 1$.

Subiectul II.

Pentru orice $p \in \mathbb{N}^*$ se definesc mulțimile

$$A_p = \{\cos(pn\sqrt{2}\pi) \mid n \in \mathbb{N}\}$$

- a) Demonstrați că A_p este infinită, pentru orice $p \in \mathbb{N}^*$.
b) Determinați mulțimea $A_{38} \cap A_{53}$

Subiectul III.

Fie a și b numere reale, iar

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-a)(x-a-b)(x-a-b-1)(x-a-2b-1) + \frac{b^2(b+1)^2}{4} + 1.$$

- i) Arătați că $f(x) > 0$, pentru orice x real;
ii) Aflați minimumul lui f .

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.