Centrul Judeţean de Excelenţă la Matematică **Constanţa**

prof. Doina Stanca
Şcoala Gimnazială "D. Cantemir" Constanta

Clasa a VIII-a. Lecţia 1
18. 10. 2014

CERCUL

1.Patrulater inscriptibil; patrulater circumscriptibil – recapitulare și completări

2.Cercul lui Euler . Dreapta lui Simson.

Teoremă: Într-un triunghi ABC considerăm punctele A_1, B_1, C_1 picioarele înălțimilor din A, B, respectiv C; A2 ,B2, C2 mijloacele laturilor BC, AC, respectiv AB și A_3, B_3, C_3 mijloacele segmentelor AH, BH, respectiv CH (H fiind ortocentrul triunghiului). Punctele A_1, B_1,C_1,A_2,B_2,C_2,A_3, B_3,C_3 sunt pe un cerc numit ***cercul lui Euler*** sau ***cercul celor nouă puncte***.

Observația 1: Dreptele A_2A_3, B_2B_3 si C_2C_3 sunt concurente, punctul lor de intersecție fiind centrul cercului lui Euler.

Observația 2: Fie A' mijlocul lui $[A_1A_2]$, B' mijlocul lui $[B_1B_2]$ si C' mijlocul lui $[C_1C_2]$. Perpendicularele în A' ,B' ,C' pe laturile BC, AC, respectiv AB ale triunghiului ABC sunt concurente, punctul de intersecţie fiind centrul cercului lui Euler.

Observația 3: Dacă O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, H ortocentrul aceluiasi triunghi și O_9 centrul cercului lui Euler asociat triunghiului ABC, atunci punctele O, H, O_9 sunt coliniare si O_9 este mijlocul lui HO.

Observația 4: Centrul de greutate al unui triunghi se află pe dreapta lui Euler asociată triunghiului.

Teoremă: *Într-un triunghi centrul cercului circumscris, ortocentrul, centrul de greutate şi centrul cercului lui Euler sunt coliniare .*(***dreapta lui Euler***)

Teoremă: *Fie triunghiul ΔABC, un punct M şi punctele A', B', C', picioarele perpendicularelor din M pe dreptele BC, CA, AB. Să se arate că punctele A', B', C' sunt coliniare dacă şi numai dacă M este pe cercul circumscris triunghiului.* (***dreapta lui Simson***)

•Probleme propuse

1.Într-un cerc construim două coarde perpendicular[EF] şi [GH]. Tangentele la cerc în punctele E, F, G şi H se intersectează două câte două în punctele A, B, C, D. Demonstraţi că patrulaterul circumscriptibil ABCD este şi inscriptibil .

2. a) Patrulaterul convex ABCD este inscriptibil dacă şi numai dacă

$AB\cdot CD + AD\cdot BC = AC\cdot BD$. (**teorema lui Ptolemeu**)

b) Într-un patrulater convex ABCD există relaţia:

$AC\cdot BD \le AB\cdot CD + AD\cdot BC$. (**inegalitatea lui Ptolemeu**)

3. În triunghiul ABC înălțimea din A intersectează pe [BC] în D și cercul circumscris triunghiului în E , iar $EF \perp AC$, $F\in (AC)$. Știind că punctul T este proiecția ortogonală a punctului B pe tangenta în A la cercul circumscris triunghiului, să se arate că: a) $DF \parallel AT$

b) ATDF este paralelogram

4. Bisectoarele interioare ale unghiurilor triunghiului ABC intersectează cercul circumscris triunghiului în punctele A',B' respectiv C'. Să se arate că AA'+BB'+CC'>AB+BC+AC.

5. Se consideră triunghiul ABC în care $m(\sphericalangle BAC) = 50^0$ şi $m(\sphericalangle ACB) = 30^0$. Punctele D şi E sunt situate pe segmentele (AB) respectiv (AC) astfel încât $m(\sphericalangle ACD) = 10^0$ şi $m(\sphericalangle ABE) = 20^0$. Determinați măsura unghiului $\sphericalangle ADE$.

G.M-B Nr.3/2014

6. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic , O centrul cercului circumscris triunghiului ABC și $d(O,BC)=d_a$, $d(O,AC)=d_b$ și $d(O,AB)=d_c$. Atunci $d_a + d_b + d_c = R+r$. **(Relația lui Carnot)**

7. Demonstrați că aria pătratului construit pe tangenta comună a cercurilor ce au ca diametre catetele unui triunghi dreptunghic este egală cu aria triunghiului.

8.Se consideră triunghiul ABC în care AB=AC, O este centrul cercului circumscris, iar G este centrul de greutate. Dacă D este mijlocul laturii [AB] și M este centrul de greutate al triunghiului ACD, arătați că:

a) $MO \perp CD$

b) $DO \perp GM$

G.M-B Nr.10/2013

9. Fie un triunghi ABC, G centrul său de greutate şi M mijlocul segmentului [AG]. Ştiind că $AB = c, BC = a, CA = b$ să se arate că M se află pe cercul lui Euler dacă şi numai dacă $2a^2=b^2+c^2$.

Temă pentru acasă: problemele: 1, 2b, 3, 4, 5, 6 şi 8

Bibliografie:

1. Artur Bălăucă – OLIMPIADE, CONCURSURI ŞI CENTRE DE EXCELENŢĂ – clasa a VIII-a, Editura TAIDA, Iaşi, 2012
2. Dan Brânzei (coordonator) – Matematică– olimpiade şi concursuri şcolare, Editura PARALELA 45, Piteşti, 2012
3. Maranda Linț,…- MATEMATICĂ DE EXCELENȚĂ- pentru concursuri, olimpiade şi centre de excelență, Editura PARALELA 45, Piteşti, 2013
4. Tuță Luca – 409 PROBLEME DE MATEMATICĂ-Gimnaziu, Editura ALL EDUCATIONAL, București,2006
5. Colecţia GAZETA MATEMATICĂ
6. www.olimpiade.ro