CENTRUL DE EXCELENŢĂ – DISCIPLINA MATEMATICĂ cls a V-a – AN ŞCOLAR 2013-2014
LICEUL TEORETIC „GRIGORE MOISIL" TIMIȘOARA

Sisteme şi baze de numeraţie.

Breviar teoretic:

- Sistemul de numeraţie folosit în mod curent este sistemul de numeraţie zecimal, baza acestuia fiind baza 10.
- Baza unui sistem de numeraţie este numărul care arată câte unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior. Sistemul zecimal este poziţional.

Observaţie:

- În sistemul zecimal se folosesc 10 semne: 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9 (cifre arabe).

- Un număr natural ***N se scrie în mod unic în baza 10*** în forma prescurtată N=$\overline{a_n a_{n-1}...a_2 a_1 a_0}$, iar sub forma descompusă se scrie N=$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1}. + ... + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, unde $a_0, a_1, ..., a_{n-1}, a_n$ sunt cifrele arabe 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9.

- Ca bază a unui sistem de numeraţie se poate alege orice număr natural mai mare ca 1.

- Un număr natural ***N se scrie în mod unic în baza b*** în forma prescurtată N=$\overline{a_n a_{n-1}...a_2 a_1 a_0}_{(b)}$, iar sub forma descompusă se scrie N=$a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1}. + ... + a_2 \cdot b^2 + a_1 \cdot b + a_0$,

Observaţie:

1. Forma descompusă a numerelor se mai numește și forma polinomială.
2. Indicele din dreapta jos, pus în paranteză, indică baza în care se lucrează. În cazul scrierii în baza 10 s-a convenit ca acesta să nu se mai scrie.
3. Pentru scrierea într-o bază b se folosesc cifrele 0;1;2;...;b-1, iar dacă b > 10 atunci se pot introduce simboluri, notaţii noi, pentru acele cifre care corespund numerelor 10,11,12,... .... , b-1. De exemplu, în baza 16, se folosesc semnele: 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;A;B;C;D;E;F unde A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15.

Aplicaţii:

1. Transformaţi numerele 197 şi 4568 (scrise în baza 10) în baza 2 respectiv 3 și apoi verificați folosind scrierea descompusă.
2. Transformaţi: a) $214_{(6)} = ..._{(8)}$
   b) $127_{(8)} = ..._{(5)}$
3. Scrieţi numărul 2003 ca suma de puteri ale lui 2 cu exponenţii diferiţi.
4. Aflaţi x ,y ,z, numere naturale, care verifică egalitatea : $2^{3x+2} + 2^{2y+1} + 2^z = 416$.
5. Comparaţi numerele: $n_1 = 1981^{1980} + 1981^{1983}$ şi $n_2 = 1981^{1981} + 1981^{1982}$.
6. a) Fie $E_1=2^7-2^6-2$. Scrieți E_1 ca o sumă de puteri naturale consecutive ale lui 2.
   b) Fie $E_2=2^n-2^{n-1}-2$, $n \in N, n \geq 2$. Scrieți E_2 ca o sumă de puteri naturale consecutive ale lui 2.

Observație : pentru rezolvarea exercițiului 6 este necesară cunoaşterea tabelului de adunare pentru sistemul binar (în baza 2.)

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	10

7. Determinaţi numerele de forma $\overline{abcd}$ care verifică egalitatea: $\overline{abcd}+\overline{bcd}+\overline{cd}+\overline{d}=3102$.
8. Dacă $\overline{abc}+\overline{cba}=645$ atunci determinaţi :
   a) numerele care îndeplinesc această condiţie.
   b) suma numerelor care îndeplinesc această condiţie.
9. Determinaţi numerele $\overline{abc}$ şi numerele $\overline{xy}$ pentru care $\overline{abc}+\overline{bc}+c = 2^{\overline{xy}}+57$.
10. Determinați cifrele nenule x,y,z știind că $\overline{xx}\cdot\overline{yy}=\overline{xzzx}$.

Teorema împărțirii cu rest.

Aplicații:

1. Să se afle numerele naturale nenule care împărțite la 13 dau un rest egal cu dublul câtului.
2. Să se calculeze suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 2002 dau câtul 7.
3. Să se arate că printre oricare 6 numere naturale există două a căror diferență se împarte exact la 5.
4. Împărțind numărul natural n la 68 se obține restul 39. Ce rest se obține când împărțim pe n la 17 ?
5. Determinați suma resturilor împărțirilor a 100 de numere consecutive la 19, știind că primul se împarte exact la 19.
6. Într-o împărțire de numere naturale nenule, deîmpărțitul este de 33 de ori mai mare decât restul, împărțitorul este dublul câtului, iar restul este jumătate din cât.
   a) Aflați deîmpărțitul, împărțitorul, câtul și restul.
   b) Arătați că deîmpărțitul se poate scrie ca produs de două numere naturale consecutive.
7. Într-o împărțire suma dintre dintre deîmpărțit și împărțitor este 2222, câtul este 9, iar restul 22. Reconstituiți împărțirea.
8. Determinați cel mai mic număr natural care împărțit la 6 dă restul 5 și împărțit la 5 dă restul 4.
9. Aflați suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 1995 dau câtul 10.
10. a) Arătați că există 2022 numere naturale care au proprietatea că împărțindu-le pe rând la 7, suma resturilor este 12012.
    b) Există 2022 numere naturale cu proprietatea că împărțindu-le pe rând la 7, suma resturilor obținute este 12013
11. Aflaţi câtul şi restul împărţirii lui 2002 la numărul natural a, dacă restul este 4–a.
12. Fie numerele $A=\overline{abc}+5\overline{bca}$ şi $B=\overline{cab}+11\overline{bac}$. Arătaţi că numerele A şi B dau acelaşi rest la împărţirea prin 3.
13. Dacă împărţim numărul natural n la 6 obţinem restul 1, iar dacă împărţim la 8 obţinem restul 3. Ce rest obţinem la împărţirea la 24 alui n ?
14. Prin împărțirea numerelor $\overline{abc}$, $\overline{bca}$, $\overline{cab}$ la același număr natural, obținem câturile $\overline{bc}$, $\overline{ca}$, $\overline{ab}$ și resturile a,b,c. Aflați împărțitorul.
15. Aflați restul împărțirii numărului $1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot2005+1+2+3+...+2006$ la 2006.
16. Să se determine deîmpărțitul, împărțitorul, câtul și restul împărțirii unor numere naturale, știind că diferența dintre deîmpărțit și rest este –4.

material selectat de prof. Ana Poştaru - Liceul Pedagogic „Carmen Sylva" Timişoara