Calcul algebric
selectii de pe "100 de variante"

@ Dacă $a=\sqrt{4-\sqrt{15}}+\sqrt{4+\sqrt{15}}$, atunci a^2 este egal cu: ....

@ Fie numerele reale diferite de zero: $x=a^2+a$, $y=a-1$ şi $z=a^2-1$. Calculând $\frac{x\cdot y}{z}$ se obține: ....

@ Fie numărul $A=4^n\cdot 5^{2n+1}-2^{2n}\cdot 25^n$, unde $n\in\mathbf{N}$.
a) Arătați că numărul natural A este pătrat perfect, pentru orice $n\in\mathbf{N}$.
b) Determinați valoarea numărului n pentru care $\sqrt{A}$ nu se divide cu 10.

@ Calculând $\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(1-\sqrt{2}\right)^2$ se obține: ....

@ Produsul numerelor $a=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ şi $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ este egal cu: ....

@ Dacă $a^2-b^2=12$ şi $a+b=3$, atunci $a-b$ este egal cu: ....

@ Fie expresia $E(x)=(2x+3)^2-(2x-3)^2$. Efectuând calculele, se obține: ....

@ a) Scrieți toate numerele de forma $\overline{xy}$, în baza zece, care sunt pătrate perfecte.
b) Determinați cel mai mic număr de forma $\overline{ab}$, scris în baza zece, pentru care $\sqrt{\overline{ab}+\overline{ba}}$ este un număr natural.

@ a) Calculați $\left(\sqrt{10}\cdot\sqrt{90}:\sqrt{50}\right)^2-\left(\sqrt{90}-\sqrt{40}\right)^2$.
b) Calculați valoarea sumei: $s=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)+...+\left(1-\frac{1}{2007}\right)-\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{2006}{2007}\right)$.

@ Valoarea expresiei $E(x)=x^4-1+\left(x^2+1\right)^2$ pentru $x=\sqrt{3}$ este: ....

@ Media geometrică a numerelor $a=\left(1+\sqrt{2}\right)^2$ şi $b=\left|1-\sqrt{2}\right|$ este egală cu: ....

@ Calculând suma $S=4+5+6+7+...+100$ se obține: ....

@ Calculând $\frac{1}{2+\sqrt{5}}+\frac{1}{2-\sqrt{5}}$ se obține: ....

@ Dacă $x-y=1$, atunci valoarea expresiei $(x-y)\cdot(x+y)-2y$ este egală cu: ....

@ a) Efectuați: $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{2}$. b) Arătați că numărul $9n^2+6n+1$ este pătrat perfect, pentru orice $n\in\mathbf{N}$.
c) Determinați valoarea minimă a expresiei $E=\sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{9y^2+6y+10}$, pentru orice x şi y numere reale.

@ Media geometrică a numerelor $a=\sqrt{10}-3$ şi $b=\sqrt{10}+3$ este egală cu: ....

@ Calculând $\frac{\sqrt{3}-3}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}$, se obține: ....

@ Rezultatul calculului $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(1-\sqrt{3}\right)+6$ este egal cu: ....

@ Fie expresia $E(a)=\sqrt{(a-3)^2}+|a-1|+2\cdot|-a|$. Valoarea expresiei pentru $a=1$ este: ....

@ Calculând $\left|2-\sqrt{5}\right|-\left(2+\sqrt{5}\right)$ se obține: ....

@ Fie expresia $F(x)=\frac{1-2x^2}{x^2+1}$. Calculând $F\left(\sqrt{2}\right)$ se obține: ....

@ Dacă $b+c=5$ şi $b^2-c^2=45$, atunci valoarea expresiei $5c-5b$ este egală cu: ....

@ Se consideră numerele $x=7n-11+3\cdot(-1)^{n+1}$ şi $y=7n+18-3\cdot(-1)^n$, unde n este număr întreg.
a) Pentru $n=0$, calculați valoarea diferenței $x-y$. b) Determinați numerele întregi n pentru care x divide y.

@ Calculând media aritmetică a numerelor $a=2\cdot\left(3+\sqrt{8}\right)$ şi $b=6-4\sqrt{2}$, se obține: ....

@ Efectuând $\left(-\frac{x^2}{y^4}\right):\left(-\frac{x^4}{y^2}\right)$, unde x şi y sunt numere reale diferite de zero, se obține: ....

@ Se consideră numărul $A=3^0+3^1+3^2+...+3^{2007}$. Arătați că: a) A este număr natural par. b) A este divizibil cu 10.

@ Fie expresia $E(x)=\dfrac{3-x}{2}$. Efectuând calculul $E(\sqrt{2}+1)+E(1-\sqrt{2})$ se obține: ....

@Calculând valoarea expresiei $E(x)=|x-1|+|3-x|-2$, pentru $x=-1$, se obține: ....

@ Pentru $a=\sqrt{10}$, determinați valoarea numărului $2a^2-20$.

@Fie numărul real $x=\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}$. b) Arătați că $x^2=10$. c) Calculați $\left(\sqrt{10}-x-1\right)^{2007}$.

@ Rezultatul calculului $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$ este: ....

@Dacă $a=\sqrt{6}$ și $b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$, atunci b^2+2a este egal cu: ....

@Dacă $x+\dfrac{1}{x}=2$, atunci $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ este egal cu: ....

@Rezultatul calculului $\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)^2$ este egal cu: ....

@ Calculând $\sqrt{15}\cdot\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}\right)-\sqrt{108}$ se obține: ....

@ Dacă $a-c=3$ și $b=-5$, atunci valoarea expresiei $3a+2b-3c$ este egală cu: ....

@ Se dau numerele $x=\sqrt{4-\sqrt{7}}$ și $y=\sqrt{4+\sqrt{7}}$. a) Calculați valoarea produsului $x\cdot y$.
b) Calculați valoarea numărului $(x-y)^2$. c) Arătați că $\dfrac{x-y}{\sqrt{2}}$ este un număr întreg negativ.

@ Expresia $E(x)=4(3x-1)-3(2x+5)$ este egală cu: ....

@ Fie numerele $x=5\sqrt{2}-7$ și $y=5\sqrt{2}+7$. a) Calculați media geometrică a numerelor x și y.
b) Demonstrați că $x<\dfrac{1}{14}$. c) Demonstrați că $\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{1}{y^4}$ este un număr natural.

@ Valoarea expresiei $(x+y-1)^{2007}$ pentru $x=1-a$ și $y=1+a$ este egală cu:

@ Dacă $x\cdot y=6,\ y\cdot z=12$ și $z\cdot t=20,$ atunci valoarea produsului $x\cdot t$ este egală cu: ....

@ Fie numerele $a=\sqrt{2-\sqrt{2}}$ și $b=\sqrt{2+\sqrt{2}}$. a) Calculați valoarea produsului $a\cdot b$
b) Calculați valoarea numărului $(a+b)^2$ c) Ar ătați că numărul $\dfrac{b}{a}-\sqrt{2}$ este rațional.

@ Fie expresia $E(x)=(x+2)^2-(x+1)(x-1)$. Efectând calculele se obține: ....

@ Calculând $\left(2-\sqrt{3}\right)^2-(-4+5)$ se obține: ....

@Media geometrică a numerelor $a=5\sqrt{6}-5\sqrt{2}$ și $b=5\sqrt{6}+5\sqrt{2}$ este egală cu: ....

@ Se consideră suma: $S=\dfrac{1}{44}+\dfrac{1}{45}+\dfrac{1}{46}+\ \ldots\ +\dfrac{1}{103}$. a) Câți termeni are suma S? b) Arătați că $S<\dfrac{3}{2}$.

@ Fie numerele $a=-\dfrac{476}{238}$; $b=\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{8}}+\dfrac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ și $c=0,(5)\cdot 1\dfrac{4}{5}$.
a) Arătați că numărul $a+c$ este întreg. b) Arătați că $a+b+c=0$.

@ Rezultatul calculului $\left|\sqrt{3}-1\right|-\left|1-\sqrt{3}\right|$ este egal cu: ....

@ Calculând media geometrică a numerelor $a=\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\left(\sqrt{5}+1\right)$ și $b=\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{5}-1\right)$ se obține: ....

@ Se consideră expresia $E(x)=x^2+2x-35$, unde x este număr întreg.
a) Rezolvați ecuația $x^2+2x-35=0$. b) Determinați numerele întregi n astfel încât $E(n)$ să fie un număr natural prim. c) Arătați că, dacă $E(x)$ se divide cu 3, atunci $E(x)$ se divide cu 9.

@ a) Arătați că numărul $\sqrt{5n+2}$ este irațional, pentru orice $n\in\mathbf{N}$.
b) Arătați că, pentru orice $n\in\mathbf{N}$, fracția $\dfrac{5n+7}{3n+4}$ este ireductibilă.

@ a) Arătați că numărul $\overline{x3}\cdot\overline{x5}+1$ este pătrat perfect, oricare ar fi x cifră în baza zece diferită de zero.
b) Numerele $\overline{ab}$ scrise în baza zece, cu a și b diferite de zero, îndeplinesc condiția: $\overline{ab}-\overline{ba}=a\cdot b-a$.
Determinați toate numerele $\overline{ab}$ care îndeplinesc condiția dată.

Ecuatii si sisteme

Selectii de pe "100 de variante"

http://sorinborodi.ro

@ Media aritmetică a două numere naturale este egală cu 7,5 şi media geometrică a lor este 6.
a) Aflaţi suma celor două numere. b) Cât la sută reprezintă numărul mai mic din numărul mai mare?

@ Fie m un număr real şi ecuaţia $mx^2+(2m-1)x+m=0$, unde $x\in\mathbf{R}$.
a) Aflaţi mulţimea soluţiilor ecuaţiei pentru $m = 0$. b) Aflaţi mulţimea soluţiilor ecuaţiei pentru $m = -2$.
c) Pentru ce valori reale ale numărului m ecuaţia are două soluţii reale diferite?

@ Într-un bloc sunt 76 de camere în 28 de apartamente cu două şi respectiv cu trei camere.
a) Calculaţi numărul apartamentelor cu 2 camere.
b) Cât la sută din numărul apartamentelor cu trei camere reprezintă numărul apartamentelor cu două camere ?

@ Andrei şi Vlad sunt fraţi. Suma vârstelor celor doi fraţi este 21 de ani. În urmă cu trei ani, vârsta lui Andrei era jumătate din vârsta lui Vlad.
a) Ce vârstă are Vlad acum? b) Peste câţi ani vârsta lui Andrei va fi două treimi din vârsta lui Vlad?

@ Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2x^2-5x+2=0$ este: ....

@ Pentru construcţia unei autostrăzi au fost necesari trei ani. În primul an s-a construit un sfert din lungimea totală a autostrăzii. În al doilea an s-au construit 60% din ceea ce a mai rămas, iar în ultimul an s-au construit restul de 72 km.
a) Ce lungime are întreaga autostradă?
b) Preţul întregii lucrări este 2 800 milioane euro. Ce sumă a primit firma constructoare pentru primii doi ani de lucrare?

@ Dacă $\dfrac{7+\sqrt{11}}{x}=\dfrac{2}{7-\sqrt{11}}$, atunci valoarea numărului x este egală cu:...........

@ a) Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $x+3=3x-5$.
b) Într-un parc auto sunt camioane şi microbuze. Numărul microbuzelor este de trei ori mai mare decât al camioanelor. Dacă vor pleca 5 microbuze şi vor mai veni 3 camioane, numărul microbuzelor va fi egal cu cel al camioanelor. Aflaţi câte camioane şi câte microbuze sunt în parcul respectiv.

@ Un aparat de fotografiat se ieftineşte cu 20% din preţul pe care îl are. După un timp aparatul de fotografiat se scumpeşte cu 20% din noul preţ. După scumpire aparatul costă 1152 lei.
a) Care a fost preţul iniţial al aparatului de fotografiat? b) Care a fost preţul aparatului după ieftinire?

@ Fie sistemul $\begin{cases}\dfrac{1}{2}x+1,5y=2\\ -2x+y=6\end{cases}$, unde $x\in\mathbf{R}$, $y\in\mathbf{R}$. Soluţia sistemului este:...........

@ Fie patru unghiuri formate în jurul unui punct care au măsurile: x°; $x^\circ+10^\circ$; $x^\circ+20^\circ$; $x^\circ+30^\circ$. Valoarea numărului x este:...........

@ Împărţind numărul natural n la 9, la 18 şi la 27 se obţin câturi diferite de zero şi, de fiecare dată, restul egal cu 3.
a) Arătaţi că cel mai mic număr n cu această proprietate este egal cu 57.
b) Aflaţi toate numerele n cu această proprietate, astfel încât $100<n<250$.

@ Radu şi Alexandra au împreună 10 lei. Ei hotărăsc să cumpere împreună o carte, participând cu sume egale de bani. Radu este nevoit să împrumute de la Alexandra 1 leu, iar după cumpărarea cărţii Alexandra rămâne cu 5 lei.
a) Aflaţi preţul cărţii. b) Câţi lei a avut Alexandra iniţial?

@ Elevii unei clase au obţinut la un test notele prezentate în tabelul alăturat.

Nota	10	9	8	7	6	5	4
Număr elevi	2	3	6	7	5	1	1

a) Calculaţi media notelor obţinute de elevii clasei la testul dat.
b) Ce notă ar fi trebuit sa obţină elevul cu nota 4 pentru ca media clasei să fie 7,40?

@ Numărul real m pentru care ecuația $2x - m = 0$ are soluția $x = -7$ este egal cu:............

@ Prețul unei biciclete se mărește cu 20%. După un timp, bicicleta se scumpește iar cu 10% din noul preț, ajungând astfel la prețul de 264 lei.

a) Care a fost prețul inițial al bicicletei?
b) Cu ce procent din prețul inițial s-a mărit prețul bicicletei după cele două scumpiri?

@ În laboratorul de biologie, dacă se așază câte 2 elevi la un microscop, atunci la ultimul microscop rămâne un singur elev. Dacă se așază câte trei elevi la un microscop, atunci rămân patru microscoape libere. a) Câte microscoape sunt în laboratorul de biologie? b) Câți elevi sunt în laboratorul de biologie?

@ Mulțimea soluțiilor ecuației $(x+2)(2x-1)+x+4=0$ este:............

@ a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația $|x-1|=1$.
b) Scrieți numerele întregi x pentru care $|x| \le 2$.
c) Aflați mulțimea tuturor perechilor de numere întregi care verifică simultan relațiile: $|x-1|=1$ și $|x-y|<2$.

@ Numărul natural, soluție a ecuației $x^2+x-6=0$, este egal cu:............

@ Mulțimea soluțiilor ecuației $4x^2+8x=-4$ este:............

@ Suma a două numere reale a și b este 156.

a) Aflați numerele știind că raportul dintre numărul a mărit cu 24 și numărul b micșorat cu 32 are valoarea 1.
b) Dacă $a = 50$ și $b = 106$, calculați media aritmetică ponderată a celor două numere știind că a are ponderea 3, iar b are ponderea 2.

@ Fie ecuațiile $3x+9-2(x+5)=4$ și $a \cdot x+4=a$, unde a este un număr real diferit de zero. Ecuațiile au aceeași soluție dacă a este egal cu:............

@ Oana, Dana și Vlad au împreună 26 ani. Oana și Dana sunt gemene, iar Vlad are 12 ani.

a) Calculați vârsta Danei.
b) Calculați cu câți ani în urmă vârsta lui Vlad era egală cu suma vârstelor Danei și Oanei.

@ Calculând suma soluțiilor reale ale ecuației $9x^2-9x+2=0$ se obține:............

@ Diferența a două numere naturale este 120. Dintre cele două numere, cel mare este divizibil cu 10, iar cel mic este multiplu de 6. Câtul împărțirii numărului mare la 5 este cu 20 mai mare decât câtul împărțirii numărului mic la 3. a) Aflați numărul mai mare.
b) Ce procent din numărul mare reprezintă numărul mic, știind că unul dintre numere este 30?

@ La un test fiecare elev a rezolvat toate cele 10 probleme propuse. Pentru fiecare problemă rezolvată corect s-au acordat 5 puncte, iar pentru fiecare problemă rezolvată greșit s-au scăzut 2 puncte.
a) Determinați punctajul obținut de un elev care a rezolvat corect doar 4 probleme.
b) Aflați numărul de probleme rezolvate corect de un elev, știind că acesta a obținut 29 de puncte.

@ Ecuația $x^2-mx+m-1=0$ are o singură soluție pentru m egal cu:............

@ a) Arătați că $2^0+2^1+2^2+2^3+...+2^{50}=2^{51}-1$.
b) Un elev citește în prima zi a vacanței o pagină de carte. Apoi citește în fiecare zi un număr dublu de pagini față de ziua precedentă. După câte zile a citit elevul 1023 de pagini?

@ Într-un garaj se află cel puțin o motocicletă și cel puțin un autoturism. O motocicletă are 2 roți și o mașină are 4 roți. Dacă numărul total de roți al motocicletelor și al autoturismelor este 48, atunci numărul autoturismelor nu poate fi mai mare de:............

@ Mai mulți copii vor să cumpere un obiect. Dacă fiecare participă cu câte 20 de lei, nu ajung 5 lei. Dacă fiecare participă cu câte 30 de lei, sunt în plus 25 de lei.

a) Câți copii vor să cumpere obiectul? b) Câți lei costă obiectul?

@ Valoarea raportului a două numere naturale este egală cu 0,64. Media aritmetică a celor două numere este egală cu 61,5.

a) Calculați suma celor două numere. b) Calculați media geometrică a celor două numere.

@ În două depozite există 2800 t marfă, respectiv 1300 t marfă. Din primul depozit se livrează 100 t de marfă pe zi, iar din al doilea depozit se livrează 25 t de marfă pe zi.
a) După câte zile, în cele două depozite , există cantități egale de marfă?
b) După câte zile, cantitatea de marfă din primul depozit este dublă față de cea rămasă în cel de-al doilea depozit?

@ Mulțimea soluțiilor ecuației $2x^2+3x+1=0$ este:............

@ Un automobil a parcurs o distanță în trei zile astfel: în prima zi a parcurs 35% din drum, a doua zi a parcurs 20% din distanța rămasă, iar a treia zi a parcurs restul de 624 km.
a) Câți km are întreaga distanță? b) Câți km a parcurs automobilul a doua zi?

@ Calculând mulțimea soluțiilor ecuației $(x+2)^2-3\cdot(x-1)-9=0$ se obține:............

@ Răspunzând la toate cele 100 de întrebări ale unui test, un elev a obținut 340 de puncte. Pentru un răspuns corect s-au acordat 5 puncte, iar pentru un răspuns greșit s-au scăzut 3 puncte.
a) Câte răspunsuri corecte a dat elevul? b) Care este numărul minim de răspunsuri corecte pe care ar fi trebuit s ă le dea elevul pentru a depăși 450 de puncte?

@ Dacă într-o sală de clasă se așază câte un elev într-o bancă, rămân 6 elevi în picioare. Dacă se așază câte 2 elevi într-o bancă, iar într-o bancă se așază unul singur, rămân 4 bănci libere.
a) Câte bănci sunt în clasă ? b) Câți elevi sunt în clasă?

@ Numerele naturale a și b sunt direct proporționale cu 6 și respectiv 3, iar numerele b și c sunt invers proporționale cu numerele $0,(3)$ și respectiv $0,1(6)$.
a) Transformați numerele $0,(3)$ și $0,1(6)$ în fracții ireductibile. b)Aflați numerele *a*, *b* și *c* știind că $a^2+b^2+c^2=81$.

@ Prețul unui obiect s-a majorat cu 15%. După un timp, noul preț s-a micșorat cu 15%. După aceste modificări prețul obiectului este de 195,5 lei.
a) Care a fost prețul inițial al obiectului ? b) Care a fost prețul obiectului după majorare ?

@ La faza de selecție a unui concurs s-au prezentat de două ori mai multe fete decât băieți. După derularea acestei faze numărul fetelor a scăzut cu 30, iar numărul băieților a scăzut cu 6, astfel încât numărul fetelor și numărul băieților promovați în faza finală a devenit egal.
a) Câte fete s-au prezentat la faza de selecție a concursului?
b) Cât la sută din numărul participanților la concurs a promovat în faza finală?

@ Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2+2x-8=0$ este egală cu:............

@ Un obiect costă 250 de lei. După două scumpiri succesive, prețul obiectului crește cu 80 de lei față de prețul inițial. Prima scumpire este de 10% din prețul inițial.
a) Determinați prețul obiectului după prima scumpire.
b) Calculați procentul de modificare a prețului la a doua scumpire.

@ Fie ecuațiile $a\cdot x+4=0$ și $6\cdot x+b=0$, unde a și b sunt numere reale diferite de zero.
a) Dacă numărul 3 este soluție a celor două ecuații, aflați numerele a și b.
b) Aflați valorile întregi ale numărului a pentru care soluția ecuației $a\cdot x+4=0$ este număr natural.
c) Știind că cele două ecuații au aceeași soluție, calculați produsul numerelor a și b.

@ Într-un garaj se află motociclete și autoturisme. O motocicletă are 2 roți și o mașină are 4 roți. Dacă numărul total de roți al motocicletelor și al autoturismelor este 34, atunci numărul autoturismelor nu poate fi mai mare de:............

@ Rezolvați în mulțimea numerelor reale:
a) ecuația: $2x^2-5x+3=0$; b) ecuația: $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x+1}+2=0$; c) inecuația: $\frac{x+2}{2}-\frac{x-3}{3}\geq 2$.

@ Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $3x^2+x-4=0$ este egală cu:............

@ Trei numere naturale *a*, *b*, c sunt direct proporționale cu numerele 1, 2, respectiv 5.
a) Calculați valoarea raportului dintre numerele *a* și *c*.
b) Media aritmetică a celor trei numere este egală cu 16. Notăm cu *d* cel mai mare divizor comun al celor trei numere. Aflați numărul natural *k*, pentru care $2^k<d<2^{k+1}$.

@ Un produs s-a scumpit cu 10% din prețul pe care l-a avut inițial. După un timp produsul s-a ieftinit cu 10% din noul preț, ajungând astfel să coste 247,5 lei. a) Calculați prețul inițial al produsului.
b) Cu ce procent din prețul inițial s-a micșorat prețul produsului după cele două modificări?

@ a) Verificați dacă perechea de numere $(14;4)$ este soluție a ecuației $3x+2y=50$.
b) Rezolvați sistemul $\begin{cases}(x-2)^2+(y+4)^2=(x+2)(x-2)+y^2\\3x+2y=50\end{cases}$, unde *x* și *y* sunt numere reale.
c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, inecuația: $2x+2\leq\sqrt{5}x+\sqrt{5}$.

@ Un produs s-a scumpit cu 10% din prețul pe care l-a avut inițial. După un timp produsul s-a scumpit din nou cu 10% din noul preț, ajungând astfel să coste 13,31 lei.
a) Calculați prețul inițial al produsului.
b) Cu ce procent din prețul inițial s-a mărit prețul produsului după cele două scumpiri?

@ Trei frați au primit împreună 130 de lei. După ce primul a cheltuit două treimi din partea sa, al doilea a cheltuit 75 % din partea sa, iar al treilea a cheltuit 40 % din partea sa, cei trei frați au rămas cu sume egale de bani. a) Ce sumă de bani, exprimată în lei, a primit fiecare dintre frați?
b) Ce sumă de bani, exprimată în lei, a cheltuit fiecare dintre frați?

@ Mulțimea soluțiilor ecuației $3(x-1)=x^2-1$ este:...........

@ Doi muncitori încep o lucrare la ora 9 dimineața şi o termină, în aceeaşi zi, la ora 14 şi 30 de minute.
a) La ce oră ar fi terminată lucrarea dacă la executarea ei ar participa 4 muncitori care ar începe lucrul la ora 8 dimineața? b) În cât timp execută lucrarea un singur muncitor?

@ În trei depozite se află 600 tone de grâu. Dacă din primul depozit se transferă 20 tone în al doilea şi 25 tone în al treilea, atunci în cele trei depozite se află cantități egale de grâu.
a) Cu câte tone de grâu este mai mare cantitatea de grâu din al doilea depozit față de cantitatea de grâu din al treilea depozit? b) Aflați câte tone de grâu se află în fiecare depozit.

@ Un elev îşi propune să citească 375 de pagini dintr-o carte şi constată următoarele:
a) Dacă în fiecare zi ar citi cu 5 pagini mai mult decât în ziua precedentă, ar termina de citit ce şi-a propus în 5 zile. Câte pagini trebuie să citească în prima zi, în această situație?
b) Dacă în fiecare zi ar citi un număr de pagini egal cu dublul celor citite în ziua precedentă ar termina de citit ce şi-a propus în 4 zile. Câte pagini ar trebui să citească în fiecare din cele 4 zile?

@ Un grup de copii a primit mere. Unul dintre copii a primit 3 mere, iar ceilalți copii au primit fiecare câte 5 mere. Dacă fiecare copil din grup ar fi primit câte 4 mere, ar fi rămas 11 mere.
a) Câți copii sunt în grup? b) Câte mere au primit în total copiii?

@ a) Suma a două numere naturale este 48. Aflați numerele ştiind că împărțind unul dintre numere la celălalt se obține câtul 3 şi restul 4.
b) Suma a două numere naturale este 48.Aflați numerele ştiind că cel mai mare divizor comun al lor este 6.

@ Numărul x reprezintă 60% din numărul y.
a) Demonstrați că x şi y sunt invers proporționale cu numerele 5 şi respectiv 3.
b) Determinați numerele x şi y ştiind că $2x+5y=310$.

@ Numerele naturale a şi b sunt direct proporționale cu numerele 4 şi respectiv 2.
a) Ce procent din numărul a reprezintă numărul b?
b) Media aritmetică a numerelor a şi b este egală cu 24. Calculați numerele a şi b.

@ Situația notelor obținute de elevii unei clase la un test este ilustrată în tabelul alăturat.

Nota	10	9	8	7	6	5	4
Număr elevi	2	3	6	6	5	1	2

a) Calculați media notelor obținute de elevii clasei la testul dat.
b) Ce note, numere naturale, ar fi trebuit să obțină elevii cu nota 4 pentru ca media clasei să fie mai mare de 7,60?

@ Numerele naturale a şi b sunt direct proporționale cu numerele 2 şi respectiv 5.
a) Calculați ce procent din numărul b reprezintă numărul a.
b) Ştiind că $3a+b=44$, determinați numerele a şi b.

@ Din totalul elevilor unei şcoli 70% participă la cercul de matematică, iar 45% participă la cercul de informatică. Fiecare elev al şcolii participă la cel puțin un cerc dintre cele două, iar 42 de elevi participă la ambele cercuri.
a) Câți elevi are şcoala în total ? b) Câți elevi participă numai la cercul de matematică ?

@ Calculând numerele reale a şi b care verifică relațiile: $a+b=16$ şi $3a=5b$, se obține:...........

@ Numerele naturale a, b, c sunt direct proporționale cu 4, 5, respectiv 7.
a) Cât la sută din numărul b reprezintă numărul a? b) Aflați numerele a, b şi c ştiind că $3a+c=285$.

@ Se consideră mulțimile: $A=\left\{x\in\mathbf{Z}\;\middle|\;\frac{6}{2x+1}\in\mathbf{Z}\right\}$ şi $B=\left\{x\in\mathbf{Z}\;\middle|\;\left(2x+\sqrt{3}\right)\left(2-x\sqrt{3}\right)=1\right\}$.
a) Arătați că 1 este element comun al mulțimilor A şi B b) Calculați suma elementelor mulțimii A.
c) Scrieți toate elementele mulțimii B.

@ Mulțimea soluțiilor ecuației $3x^2 - 7 = -1$ este egală cu:...........

@ Rezolvând ecuația $(2x+1)^2 - 2 = 2x\cdot(2x+3) - 5$ se obține soluția:...........

@ a) Verificați dacă perechea $(1;2)$ este soluție a ecuației $2x+3y=8$.

b) Reprezentați dreapta soluțiilor ecuației $2x+3y=8$, într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Rezolvați sistemul $\begin{cases} 2(2x+3y)+3(x+y)=8 \\ (2x+3y)-3(x+y)=-5 \end{cases}$, unde x și y sunt numere reale.

@ Pentru a confecționa 4 bluze și 3 rochii s-au folosit 17 m de material. Pentru a confecționa 3 bluze și 2 rochii s-au folosit 12 m de material, de același fel. Toate bluzele au aceeași mărime. Toate rochiile au aceeași mărime. a) Câți metri de material s-au folosit pentru confecționarea unei bluze?

b) Cât la sută reprezintă prețul materialului folosit pentru o rochie din prețul materialului folosit pentru o bluză?

@ Soluția pozitivă a ecuației $5x^2 + 3x - 2 = 0$ este:...........

@ Fie proporția $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$. Dacă $a - b = 20$, atunci perechea $(a;b)$ este egală cu:...........

@ Fie expresia $E(x) = ax^2 + bx + c$. a) Pentru $a = 3$, $b = -4$ și $c = 1$, rezolvați în **R** ecuația $E(x) = 0$.

b) Pentru $a = b = 1$ și $c = -1$, rezolvați în **R** ecuația $\left|E(x) - x^2\right| + \left|E(x) - x\right| = 0$.

c) Pentru $a = b = 4$ și $c = 5$, determinați valoarea minimă a expresiei $E(x)$, unde x este număr real.

@ a) Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor 12; 15; 18.

b) Aflați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 12, 15 și 18 dă resturile 6, 9, respectiv 12, iar câturile diferite de zero.

@ Fie ecuația $mx^2 + (2m-1)\,x + m - 1 = 0$. a) Rezolvați ecuația pentru $m = 2$.

b) Aflați valoarea numărului real m știind că $x = 3$.

c) Arătați că, pentru orice m număr real, ecuația are cel puțin o soluție număr întreg.

@ Dacă $a + b = 6$, atunci media aritmetică a numerelor a^2; b^2 și $2ab$ este egală cu: ....

@ Dacă elevii unei clase se așază câte doi în bancă, atunci un elev stă singur în bancă, iar două bănci rămân libere. Dacă elevii se așază câte trei în bancă, atunci rămân șase bănci libere.

a) Aflați numărul băncilor din clasă b) Determinați numărul elevilor din clasă.

@ La un concurs de matematică, Radu a răspuns la toate cele 20 de întrebări, obținând astfel 220 de puncte. El câștigă 20 de puncte pentru fiecare răspuns corect și pierde 10 puncte pentru fiecare răspuns greșit.

a) Câte răspunsuri corecte a dat Radu?

b) Care este numărul minim de răspunsuri corecte pe care ar fi trebuit să le dea Radu pentru a depăși 350 de puncte?

@ Mulțimea soluțiilor ecuației $(x+3)^2 + 2(x+1)^2 = 11$ este:...........

@ Prețul unui telefon mobil a scăzut cu 10% și, după o săptămână, noul preț a scăzut cu încă 10%. După cele două modificări de preț telefonul costă 810 lei. a) Calculați prețul inițial al telefonului.

b) Cu ce procent din prețul inițial s-a micșorat prețul produsului după cele două ieftiniri?

@ Dacă $1 + 2 + 3 = \frac{a\cdot(a+1)}{2}$, atunci numărul natural a este egal cu:...........

@ O echipă de muncitori a executat o lucrare plătită cu suma de 2088 lei. Fiecare membru al echipei primește zilnic aceeași sumă de bani, iar numărul zilelor lucrate corespunde datelor din tabel.

Nume muncitor	A	B	C
Număr zile	13	6	11

a) Calculați suma încasată de fiecare dintre cei 3 muncitori.

b) Ce procent reprezintă suma primită de muncitorul B din suma totală?

@ Echipa de fotbal a școlii este formată din 12 elevi. Numărul lor și vârstele corespunzătoare sunt înscrise în tabelul alăturat.

Vârstă (ani)	10	11	12	13	14
Număr elevi	2	3	4	2	1

a) Calculați media vârstelor elevilor din echipa de fotbal.

b) Câți elevi de 13 ani ar trebui aduși în echipă, în plus, pentru ca media de vârstă a echipei să devină 12 ani?

@ Mulțimea soluțiilor ecuației $3x^2 - x - 4 = 0$ este egală cu:...........

@ Numerele 123; 87 şi 62 se împart la acelaşi număr natural x, diferit de zero. Se obţin resturile 3; 7 şi 2

a) Determinaţi cel mai mare număr natural x care îndeplineşte condiţiile problemei.
b) Determinaţi cel mai mic număr natural x care îndeplineşte condiţiile problemei.

@ Diferenţa pătratelor a două numere naturale este egală cu 1183, iar cel mai mare divizor comun al lor este 13.

a) Aflaţi cele două numere. b) Aflaţi cât la sută reprezintă numărul mai mic din numărul mai mare.

@ a) Calculaţi valoarea numărului real $N=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1\right)^2-2\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$.
b) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale, ecuaţia: $(3x-1)\cdot(x+3)=(1-3x)(x+2)$.
c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale, inecuaţia: $2\cdot(x+1)<\sqrt{5}\cdot(x+1)$.

@ În biblioteca unui elev, pe unul dintre rafturi se află 60 de cărţi. Pe fiecare dintre celelalte rafturi se află câte 50 de cărţi. Dacă elevul ar aşeza câte 60 de cărţi pe un raft, atunci ar rămâne 4 rafturi fără nicio carte.

a) Câte rafturi are biblioteca? b) Câte cărţi sunt în biblioteca elevului?

@ În două clase A şi B ale unei şcoli sunt 46 de elevi. Dacă s-ar muta 5 elevi din clasa B în clasa A, atunci clasa B ar avea cu 6 elevi mai puţin decât clasa A. a) Câţi elevi sunt în clasa A? b) Câţi elevi sunt în clasa B?

@ Într-o pungă sunt bomboane. Dacă toate bomboanele se împart în mod egal unui grup de 4 copii, atunci rămân în pungă 3 bomboane. Dacă toate bomboanele se împart în mod egal unui grup de 6 copii, atunci rămân în pungă 5 bomboane. a) Verificaţi dacă în pungă pot fi 71 de bomboane.
b) Aflaţi care poate fi cel mai mic număr de bomboane din pungă, înainte ca acestea să fie împărţite copiilor.

@ Ana a rezolvat cu 6 exerciţii mai mult decât Dan şi cu 8 exerciţii mai puţin decât Tudor.
a) Aflaţi diferenţa dintre numărul exerciţiilor rezolvate de Tudor şi numărul exerciţiilor rezolvate de Dan.
b) Dan a rezolvat un număr de exerciţii egal cu $\frac{5}{8}$ din numărul exerciţiilor rezolvate de Ana. Aflaţi câte exerciţii a rezolvat Ana.

@ Într-o expediţie participă de două ori mai mulţi geologi decât biologi. După o săptămână pleacă 20 geologi şi sosesc 18 biologi. Astfel numărul geologilor şi numărul biologilor devine egal.

a) Câţi biologi au fost prezenţi la începutul expediţiei?
b) Câţi specialişti (geologi şi biologi) au participat la lucrările expediţiei în a doua săptămână?

@ O persoană are o sumă S de bani. În prima zi cheltuieşte 30% din suma S, a doua zi cheltuieşte 40% din suma S, iar a treia zi cheltuieşte $\frac{1}{4}$ din suma S.
a) În ce zi cheltuieşte mai mult? b) Ştiind că persoanei îi rămân la final 600 lei, aflaţi cât a cheltuit în prima zi.

@ Numerele naturale a, b, c sunt direct proporţionale cu 2, 3, respectiv 5.

a) Cât la sută din numărul c reprezintă numărul a ?
b) Ştiind că $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=56$, aflaţi numerele a, b şi c.

@ Numerele naturale $\overline{ab}$ şi $\overline{bc}$, scrise în baza zece, sunt direct proporţionale cu numerele 5 şi respectiv 3.

a) Arătaţi că $b=5$. b) Determinaţi toate numerele $\overline{ab}$ şi $\overline{bc}$ care îndeplinesc condiţia din enunţ.

@ Fie numărul $\overline{ab}$, scris în baza zece, cu $a\neq 0$ şi $b\neq 0$. a) Arătaţi că numărul $\left(\overline{ab}\right)^2-\left(\overline{ba}\right)^2$ este divizibil cu 9.
b) Dacă împărţim numărul $\overline{ba}$ la suma cifrelor sale obţinem câtul 4 şi restul 12. Calculaţi numărul $\overline{ab}$.

@ Fie ecuaţia: $x^2+2\cdot(m+1)\cdot x+m^2+m-1=0$, unde m este un număr real.

a) Pentru $m=2$, calculaţi soluţiile ecuaţiei.
b) Determinaţi numărul real m astfel încât ecuaţia să admită soluţia $x=-m$.
c) Pentru ce valori ale numărului m ecuaţia are două soluţii reale diferite?

@ a) Câte numere de forma $\overline{xy}$, scrise în baza zece cu $x\neq 0$, dau restul 4 la împărţirea cu 6?
b) Într-o împărţire, restul este egal cu 6, iar câtul este egal cu 4. Suma dintre deîmpărţit, cât şi împărţitor este egală cu 260. Determinaţi împărţitorul şi deîmpărţitul.

@ O persoană cheltuieşte o sumă de bani în trei zile astfel: în prima zi cheltuieşte două treimi din sumă şi încă 15 lei, a doua zi cheltuieşte 40% din rest, iar a treia zi cheltuieşte restul de 27 lei.

a) Aflaţi ce sumă a avut iniţial persoana. b) Aflaţi ce sumă a cheltuit persoana a doua zi.

@ Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $x^2+6x-55=0$ este: ....

@ În urma unui concurs toţi elevii participanţi au fost recompensaţi astfel: 15% din numărul concurenţilor au primit premiul I; 30% din restul concurenţilor au primit premiul al II-lea; alţi 60 de elevi au primit premiul al III-lea şi ultimii 59 de elevi au primit numai câte o diplomă de participare. Câţi elevi au participat la concurs?

Fractii algebrice

Selectii de pe "100 de variante"

@ Fie expresia $E(x)=\left(\frac{x-6}{x^2-25}-\frac{x}{5-x}-\frac{2}{x+5}\right):\frac{2x^2+x-6}{x^2-25}$, unde $x\in \mathbf{R}\setminus\left\{-5;-2;\frac{3}{2};5\right\}$.

a) Arătați că $(x+2)(2x-3)=2x^2+x-6$, pentru orice $x\in \mathbf{R}$.

b) Arătați că $E(x)=\frac{x+2}{2x-3}$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\left\{-5;-2;\frac{3}{2};5\right\}$.

c) Aflați valorile întregi ale numărului a pentru care $E(a)\in \mathbf{Z}$.

@ Fie expresia $F(x)=\left(\frac{2x^2-7x-17}{x^2-10x+21}-\frac{x+1}{x-7}\right):\frac{1}{x^2-9}$, unde $x\in \mathbf{R}\setminus\{-3;3;7\}$.

a) Arătați că $x^2-10x+21=(x-3)\cdot(x-7)$, pentru orice $x\in \mathbf{R}$.

b) Demonstrați că $F(x)=(x+2)\cdot(x+3)$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-3;3;7\}$.

c) Arătați că $F(a)$ este număr par, pentru orice $a\in \mathbf{N}\setminus\{3;7\}$.

@ Fie expresia $E(x)=\left[\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2+1+\frac{2x-4}{x+2}\right]\cdot\frac{x+2}{2x}$, unde $x\in \mathbf{R}\setminus\{-2;0\}$.

a) Arătați că $E(x)=\frac{2x}{x+2}$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-2;0\}$.

b) Verificați dacă există numere naturale n, diferite de 0, pentru care $\frac{1}{n}\cdot E(n)$ este număr întreg.

c) Determinați numerele întregi a pentru care $E(a)$ este număr întreg.

@ Simplificând raportul $\frac{x\ \ -4}{x^2-4x+4}$ prin $x-2$ diferit de zero, se obține:..........

@ a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2-4x+3=0$.

b) Arătați că valoarea raportului $\frac{n^2+4n+3}{n+3}$ este număr natural, oricare ar fi n număr natural.

c) Arătați că $\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2\cdot\frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+3}:\frac{x^2+4x+4}{x^2-9}=\frac{x-1}{x+1}$, oricare ar fi $x\in \mathbf{R}\setminus\{-3;-2;-1;3\}$.

@ a) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $1-9x^2=0$.

b) Arătați că $(x+1)\cdot(1-3x)=1-2x-3x^2$, pentru orice x real.

c) Fie expresia $E(x)=\frac{7x-3x^2}{1-9x^2}-\frac{3x}{1-2x-3x^2}\cdot\left(1+\frac{3x+x^2}{x+3}\right)$. Arătați că $E(x)=\frac{4x}{1+3x}$,

@ Fie expresia $E(x)=(2x+1)^2-(x-1)^2+(x-2)(x+2)-3x^2+14$, unde x este număr real.

a) Arătați că $E(x)=x^2+6x+10$, pentru orice x număr real.

b) Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x=-3$.

c) Arătați că $E(x)>0$, pentru orice valoare reală a numărului x.

@ a) Arătați că $\frac{2x+6}{x^2+4x+3}=\frac{2}{x+1}$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-1;-3\}$.

b) Determinați numerele întregi $a\in \mathbf{Z}\setminus\{-3;-1\}$, pentru care $\frac{2a+6}{a^2+4a+3}$ este număr întreg.

c) Demonstrați egalitatea $\left(\frac{4}{x-1}+\frac{13-5x}{1-x^2}-\frac{2x+6}{x^2+4x+3}\right):\frac{1}{x+1}=7$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-1;-3;1\}$.

@ a) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x^2-10x+25=0$.

b) Arătați că numărul $p=y^2+4y+5$ este pozitiv pentru orice $y\in \mathbf{R}$.

c) Determinați cea mai mică valoare a numărului $A=\sqrt{x^2-10x+29}+\sqrt{y^2+4y+5}$, unde x și y sunt numere reale.

@ Fie expresia $E(x)=\dfrac{x^3+2x^2-3x-6}{x^2-4}$, unde $x\in \mathbf{R}\setminus\{-2;2\}$.

a) Calculați valoarea expresiei pentru $x=\sqrt{3}$.

b) Arătați că $E(x)$ se simplifică prin $x+2$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-2;2\}$.

c) Pentru ce valori întregi ale numărului a valoarea expresiei $E(a)$ este număr întreg?

@ Fie expresia $E(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-6x+9}$. După simplificare, cu numărul $x-3\neq 0$, se obține: ....

@ Fie numerele $a=\sqrt{7}-\sqrt{2}$ și $b=\sqrt{7}+\sqrt{2}$.

a) Arătați că numărul $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ aparține intervalului $\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{6}{5}\right)$.

b) Calculați valoarea numărului $(a-b)^2$. c) Calculați valoarea numărului $\left(a-b+2\sqrt{2}\right)^{2007}$.

@ a) Arătați că $\dfrac{3x+6}{x^2+x-2}=\dfrac{3}{x-1}$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-2;1\}$.

@ b) Aflați numerele întregi a pentru care fracția $\dfrac{3}{a-1}$ reprezintă un număr întreg.

c) Arătați că $\left(\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{4x}{x^2-1}-\dfrac{3x+6}{x^2+x-2}\right):\dfrac{1}{1-x}=5$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-2;\pm1\}$.

@ a) Fie expresia $E(x)=x^2+x+5\sqrt{2}$. Calculați valoarea expresiei pentru $x=\sqrt{2}-3$.

b) Verificați dacă perechea (1;1) este soluție a ecuației $4x-y-3=0$.

c) Ştiind că $4x-y-3=0$ şi că numărul x se află în intervalul [0;1], arătați că numărul y se află în intervalul $[-3;1]$.

@ Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{x^2+2}{x^2+4x+4}-\dfrac{x}{x+2}\right):\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{3}{x^2-4}\right)$, unde $x\in \mathbf{R}\setminus\{-2;1;2\}$.

a) Calculați $E\left(\sqrt{2}\right)\cdot E\left(-\sqrt{2}\right)$.

b) Determinați numerele reale a pentru care $E(a)=a+2$.

@ Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{x-4}{x}-1\right):\dfrac{x\ \ -4x+16}{2x}$, unde $x\in \mathbf{R}\setminus\{0;4\}$.

a) Determinați valorile reale ale numărului x pentru care $E(x)>0$.

b) Determinați valorile naturale ale numărului a pentru care $E(a)\in \mathbf{Z}$.

@ a) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x(x+4)=12$.

b) Arătați că, pentru orice număr întreg a, diferit de zero, $E(a)=\left(\dfrac{1}{9a}-\dfrac{1}{a^3}\right)\cdot 9a^4$ este număr întreg.

c) Arătați că $\left(\dfrac{1}{9x}-\dfrac{1}{x^3}\right)\cdot\dfrac{9x^4}{x^3+6x^2+9x}=\dfrac{x-3}{x+3}$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{0;-3\}$.

@ Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{1}{x^2-2x}-\dfrac{1}{x^2+2x}+\dfrac{2}{x^2-4}\right):\dfrac{2x+6}{x^3-4x}$, unde $x\in \mathbf{R}\setminus\{-3;-2;0;2\}$.

a) Arătați că $E(x)=\dfrac{x+2}{x+3}$, pentru orice $x\in \mathbf{R}\setminus\{-3;-2;0;2\}$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $|x+3|\cdot|E(x)|<4$.

c) Aflați numerele întregi a pentru care $2\cdot E(a)$ reprezintă un număr întreg.

@ Fie expresia $E(x)=\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{1-x}+\frac{2}{x^2-1}\right)\cdot\frac{x+1}{2}$ unde $x\in\mathbf{R}\setminus\{-1;1\}$.

a) Arătați că $E(x)=\frac{x+1}{x-1}$, pentru orice $x\in\mathbf{R}\setminus\{-1;1\}$.

b) Aflați numerele întregi x pentru care valoarea expresiei $E(x)$ este număr întreg.

c) Determinați numerele naturale a și b, astfel încât $E\left(\sqrt{2}\right)=\left(a\sqrt{2}+b\right)^2$.

@ Fie expresia $E(x)=\left(\frac{x^2-4}{x^2-9}-1\right):\left(\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x^2-9}\right)$, unde $x\in\mathbf{R}\setminus\left\{-3;\frac{1}{2};3\right\}$.

a) Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x=0$.

b) Arătați că $E(x)=\frac{5}{2x-1}$, pentru orice $x\in\mathbf{R}\setminus\left\{-3;\frac{1}{2};3\right\}$.

c) Determinați valorile întregi ale numărului a pentru care $E(a)\in\mathbf{Z}$.

@ Prin simplificarea raportului $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$ cu numărul $x+3$, diferit de zero, se obține:

@ Fie expresia $E(x)=(x+3)^2+2(x-4)(x+3)+(x-4)^2$, cu $x\in\mathbf{R}$.

a) Arătați că $E(x)=(2x-1)^2$, oricare ar fi $x\in\mathbf{R}$.

b) Calculați $E\left(\sqrt{2}\right)\cdot E\left(-\sqrt{2}\right)$.

c) Determinați valorile întregi ale numărului a pentru care $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă.

@ Fie expresia: $E(x)=\frac{x+1}{x^2+1}:\left(\frac{x+3}{4x-4}-\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{x+1}\right)$, unde $x\in\mathbf{R}\setminus\{-1;1\}$.

a) Arătați că $E(x)=\frac{4x}{x^2+1}$, pentru orice $x\in\mathbf{R}\setminus\{-1;1\}$.

b) Determinați valorile reale ale numărului x pentru care $E(x)\cdot\left(x^2+1\right)\leq 1$.

c) Determinați valorile întregi ale numărului a pentru care $E(a)$ este număr întreg.

@ Simplificând raportul $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25}$ prin $x-5$, diferit de zero, se obține:

@ Fie expresia $E(x)=(x+1)^2+2\cdot(x-7)+1$, unde $x\in\mathbf{R}$.

a) Arătați că $E(x)=(x-2)\cdot(x+6)$, pentru orice $x\in\mathbf{R}$.

b) Calculați $E(-1)$. c) Arătați că $E\ \ x\ \ +16\geq 0$, pentru orice $x\in\mathbf{R}$.

@ Fie expresia $E(x)=\left(\frac{2}{x-2}+\frac{x}{x+2}\right):\frac{x^2+4}{x^2-x-2}$, unde $x\in\mathbf{R}\setminus\{-2;-1;2\}$.

a) Arătați că $E(x)=\frac{x+1}{x+2}$, pentru orice $x\in\mathbf{R}\setminus\{-2;-1;2\}$.

b) Determinați numerele întregi a pentru care $E(a)\in\mathbf{Z}$.

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația $2E(x)+E(0)=3$.

@ Fie expresia $E(x)=\left(\frac{5}{x-2}+\frac{2}{x+2}-\frac{6}{x^2-4}\right):\left(\frac{x^2+4}{x^2-4}+1\right)$, unde $x\in\mathbf{R}\setminus\{-2;0;2\}$.

b) Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x=\frac{1}{\sqrt{5}-1}-\frac{1}{\sqrt{5}+1}$.

c) Determinați numerele reale a pentru care $E(a)=\frac{1}{2}a+3$.

@ Fie expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}\right) : \frac{x^2-9}{x^2+x-6}$, unde $x \in \mathbf{R} \setminus \{-3;-2;2;3\}$.

a) Arătați că $(x+3)(x-2) = x(1+x) - 6$, pentru orice x număr real.

b) Arătați că $E(x) = \frac{1}{x+2}$, pentru orice $x \in \mathbf{R} \setminus \{-3;-2;2;3\}$.

c) Calculați media geometrică a numerelor $a = \left|E\left(2\sqrt{5}\right)\right|$ și $b = \left|E\left(-2\sqrt{5}\right)\right|$.

@ Fie expresia $E(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$, unde $x \in \mathbf{R}$.

a) Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x = 1$.

b) Fie numărul $N = x^4 - 2x^3 + x^2$. Arătați că $N \geq 0$, pentru orice x număr real.

c) Arătați că pentru orice număr natural $n > 1$, valoarea raportului $\frac{E(n)}{n^3 - n^2 + n - 1}$ este un număr natural.

@ a) Arătați că $5n^2 - 3n - 2 = (5n+2)(n-1)$, pentru orice n număr natural.

b) Arătați că $\frac{4-25n^2}{5n^2-3n-2} : \frac{4-10n}{n-1} + \frac{11n+4}{10n+4} = \frac{8n+3}{5n+2}$, pentru orice n număr natural mai mare decât 2.

c) Demonstrați că $\frac{8n+3}{5n+2}$ este o fracție ireductibilă, pentru orice n număr natural.

@ Fie raportul $F(x) = \frac{x^3 + x^2 - 9x - 9}{x^3 - 9x}$, unde $x \in \mathbf{R} \setminus \{-3;\ 0;\ 3\}$.

b) Determinați numerele reale a pentru care $F(a) = a + 1$.

c) Calculați valoarea sumei $S = F(6) + F(12) + F(20) + F(30) + F(42) + F(56)$.

@ a) Simplificați raportul: $\frac{x}{x^2 - x}$, unde $x \in \mathbf{R} \setminus \{0;1\}$.

b) Arătați că $2 + x - 2x^2 - x^3 = (x+2)(1-x)(1+x)$, pentru orice x real.

c) Fie expresia $E(x) = \left(\frac{x}{x^2-x} + \frac{x+2}{2+x-2x^2-x^3} + \frac{x^2}{x^2+x}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$, unde $x \in \mathbf{R} \setminus \{0;1;-1;-2\}$.

Arătați că $E(x) = x$.

@ Fie expresia $E(x) = \frac{3x^2 - 18x + 27}{(x^2+x) \cdot (x^2 - x - 6)}$, unde $x \in \mathbf{N}^* \setminus \{3\}$.

a) Rezolvați, în mulțimea numerelor întregi, ecuația $x^2 - x - 6 = 0$.

b) Arătați că $E(x)$ se simplifică prin $3(x-3)$, pentru orice $x \in \mathbf{N}^* \setminus \{3\}$.

c) Pentru care numere naturale n, numărul $E(n)$ se simplifică prin 2?

@ Se consideră expresia $F(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2}$, unde x este număr rațional.

a) Calculați $F(2)$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația $7 \cdot F(x) = 9$.

c) Determinați numerele raționale a, pentru care valoarea produsului $\sqrt{2} \cdot F(a)$ este număr rațional.

@ Fie expresia $F(x) = \left(\frac{x^2+4x+3}{x^2+2x-3} - \frac{2}{x+1} - \frac{7}{x^2-1}\right) : \frac{1}{x^2-1}$, unde $x \in \mathbf{R} \setminus \{-3;-1;1\}$.

a) Demonstrați că $(x^2+4x+3) \cdot (x-1) = (x^2+2x-3) \cdot (x+1)$, pentru orice x real.

b) Arătați că $F(x) = (x+2) \cdot (x-2)$, pentru orice $x \in \mathbf{R} \setminus \{-3;-1;1\}$.

c) Calculați valoarea numărului real a astfel încât $F(a) = a - 2$.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=ax+b$, unde a şi b sunt numere reale.

a) Calculați valorile numerelor a şi b ştiind că $f(2)=6$ şi $f(3)=8$.

b) Pentru $a = 2$ şi $b = 2$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Fie punctele $M(0;2)$, $N(-1;0)$ şi $P(c;0)$. Determinați valoarea numărului real c astfel încât dreptele MN şi MP să fie perpendiculare.

@ Considerăm funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=5-3x$ şi $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=2x-5$.

a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

b) Calculați aria triunghiului format de axa ordonatelor şi reprezentările grafice ale funcțiilor f şi g.

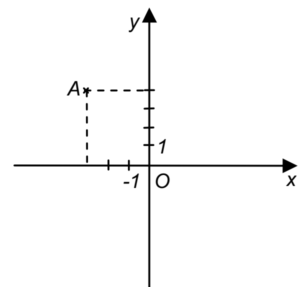
c) Calculați valoarea sumei $s=g(3)+g(4)+g(5)+...+g(102)$.

@ a) Punctele $A(-1;4)$ şi $B(2;-5)$ aparțin reprezentării grafice a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=ax+b$. Aflați numerele reale a şi b.

b) Determinați aria triunghiului format de dreapta care reprezintă graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-3x+1$ şi axele de coordonate Ox şi Oy.

c) Punctul $P(m^2;m-3)$ aparține reprezentării grafice a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=-3x+1$. Calculați valorile numărului real m.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax-3$. Dacă punctul $A(2;3)$ aparține reprezentării grafice a funcției f, atunci a are valoarea:........



@ a) Scrieți coordonatele punctului A reprezentat în figura alăturată.

b) Determinați numerele a şi b astfel încât funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$ să admită ca reprezentare grafică dreapta OB, unde $B(2;4)$.

c) Fie punctele $C(-3;0)$ şi $B(2;4)$. Calculați distanța de la punctul C la dreapta OB.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(2m-1)x+3-m$, unde $m\in\mathbf{R}$.

a) Determinați valoarea numărului m ştiind că punctul $A(1;1)$ aparține reprezentării grafice a funcției f.

b) Pentru $m=-1$, reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Pentru $m=-1$, calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului determinat de reprezentarea grafică a funcției f şi axele sistemului de coordonate xOy.

@ Fie mulțimile $A = \{(x , y)|\ 2x - y + 3 = 0 , x\in \mathbf{R} , y\in \mathbf{R} \}$ şi $B = \{(x , y)|\ x + y - 5 = 0 , x\in \mathbf{R} , y\in \mathbf{R} \}$.

a) Arătați că perechea $(2;3)$ aparține mulțimii B.

b) Reprezentați mulțimea A într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Determinați mulțimea $A\cap B$.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=-2x+6$ şi $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ g(x)=2$.

a) Reprezentați grafic funcțiile f şi g în acelaşi sistem de axe perpendiculare xOy.

b) Calculați aria patrulaterului format de reprezentările grafice ale funcțiilor f şi g cu axele Ox şi Oy.

c) Calculați valoarea produsului $p=f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot ...\cdot f(100)$.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=2x-4$.

a) Reprezentați graficul funcției într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

b) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de axa ordonatelor şi dreapta care reprezintă graficul funcției f.

c) Determinați numerele naturale a pentru care $\dfrac{f(a)}{a+1}$ este număr întreg.

@ a) Determinați funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, ştiind că punctele $A(-1;-5)$ şi $B(2;1)$ aparțin reprezentării grafice a funcției f.

b) Reprezentați grafic funcția $g:[-1;4]\to\mathbf{R}$, $g(x)=2x-3$ într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Aflați punctul care aparține graficului funcției $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $h(x)=2x-3$ şi are coordonate egale.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-3x+3$ şi $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=-x+4$.

a) Aflați coordonatele punctului de intersecție al reprezentărilor grafice ale funcțiilor f şi g.

b) Reprezentați grafic funcțiile f şi g, în acelaşi sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Calculați aria triunghiului format de axa ordonatelor şi reprezentările grafice ale funcțiilor f şi g.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, unde a și b sunt numere reale.

a) Arătați că $f(1)+f(4)=f(2)+f(3)$.

b) Pentru $a=2$ și $b=-4$, repezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare *xOy*.

c) Pentru $a=2$ și $b=-4$, aflați valorile numărului real *m*, știind că punctul $M\left(2m+1;m^2+1\right)$ se află pe reprezentarea grafică a funcției *f*.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+1$. Distanța de la originea sistemului de axe perpendiculare *xOy* la reprezentarea grafică a funcției este egală cu: ....

@ Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x-2$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=-\dfrac{2}{3}x+2$.

a) Calculați $f(-3)+g(-3)$. b) Reprezentați grafic cele două funcții în același sistem de axe perpendiculare *xOy*.

c) Aflați distanța de la punctul de intersecție al dreptei care reprezintă graficul funcției *f* cu axa ordonatelor, la reprezentarea grafică a funcției *g*.

@ Într-un sistem de axe perpendiculare *xOy* se consideră punctele $A(1;2)$ și $B(4;8)$.

a) Determinați funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ a cărei reprezentare grafică este dreapta *AB*.

b) Calculați lungimea segmentului *AB*.

c) Determinați coordonatele punctului care este mijlocul segmentului *AB*.

@ Se consideră funcția $f:\{0;4;8\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{4}x-1$.

a) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe perpendiculare *xOy*.

b) Verificați dacă punctele $M(4;-1)$, $N(8;1)$, $P(12;2)$ aparțin reprezentării grafice a funcției *f*.

c) Rezolvați inecuația $f(x)>2x-8$.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x+4$. Dacă punctul $M(2;y)$ aparține reprezentării grafice a funcției *f*, atunci *y* este egal cu: ....

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=mx+n$, cu *m* și *n* numere reale. Punctele $A(2;m)$ și $B(3;6)$ aparțin reprezentării grafice a funcției f.

a) Arătați că $m=3$ și $n=-3$. b) Rezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare *xOy*.

c) Fie punctele $C(1;f(1))$, $D(0;f(0))$. Aflați coordonatele punctului E, din sistemul de axe perpendiculare *xOy*, astfel încât punctul $O(0;0)$ să fie centrul de greutate al triunghiului *CDE*.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, unde a și b sunt numere reale.

a) Demonstrați că este adevărată egalitatea: $f(3)+f(7)=2\cdot f(5)$.

b) Determinați funcția *f*, știind că punctele $A\left(0;\sqrt{3}\right)$ și $B\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ aparțin reprezentării grafice

c) Pentru $a=\sqrt{3}-2$ și $b=\sqrt{3}$, rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)\le 2$.

@ Punctul $A\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$ este comun reprezentărilor grafice ale funcțiilor $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x+a$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=1{,}5x-b$. a) Determinați numerele reale *a* și *b*.

b) Pentru $a=0{,}5$, calculați valoarea sumei $S=f(1)+f(2)+f(3)+...+f(20)$.

c) Dacă $a=0{,}5$ și $b=-1$, rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)\le 2\cdot g(x)+1$.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-2$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=2x-3$.

a) Reprezentați grafic funcția f în sistemul de axe perpendiculare *xOy*.

b) Aflați coordonatele punctului de intersecție al reprezentărilor grafice ale celor două funcții.

c) Determinați $a\in\mathbf{R}\setminus\{-1;0\}$ știind că $f\left(\dfrac{a+1}{a}\right)+g\left(\dfrac{a-1}{a+1}\right)+3=0$.

@ Fie funcția $f:\{-1;-2\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+3$. Calculând $f(-1)-f(-2)\cdot(-1-2)$ se obține: ....

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(a-3)x+b+1$, unde *a* și *b* sunt numere reale.

a) Determinați numerele *a* și *b* știind că punctele $A(-2;2)$ și $B(3;2)$ aparțin reprezentării grafice a funcției *f*.

b) Pentru $a=3$ și $b=1$, reprezentați grafic funcția *f* într-un sistem de axe perpendiculare *xOy*.

c) Determinați punctul care aparține reprezentării grafice a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2$ și are coordonate egale.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=(1-m)x+3m$.

a) Arătați că $n=f(\sqrt{5}-5)-f(\sqrt{5}-3)$ este un număr natural .

b) Determinați numărul real m pentru care punctul $D(-5;-1)$ aparține reprezentării grafice a funcției g.

c) Pentru $m=1$, rezolvați ecuația $|f(x)|+|g(x)|=6$.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(a+1)\cdot x+5$, unde a este număr real.

a) Aflați valorile numărului a pentru care punctul $A(a;\ 25)$ aparține reprezentării grafice a funcției f.

b) Pentru $a=4$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Pentru $a=4$, punctul $M(m;\ n)$ aparține reprezentării grafice a funcției f. Determinați coordonatele punctului M știind că $5\cdot|m|=|n|$.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{3}x-2$.

a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

b) Determinați numărul real m știind că punctul $A(m;2)$ se află pe reprezentarea grafică a funcției f.

c) Arătați că valoarea expresiei $f(b)-f(a)+2\cdot f\left(\frac{a-b}{2}\right)$ este un număr întreg, oricare ar fi numerele reale a și b.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(2-\sqrt{5})x+\sqrt{5}$.

a) Verificați dacă punctul $A(1;2)$ aparține reprezentării grafice a funcției f.

b) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, inecuația $f(x)-2\geq 0$.

c) Determinați numerele raționale a și b pentru care $f(a)=b+b\sqrt{5}$.

@ Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(-5;0), B(5;0)$ și $C(0;12)$.

a) Reprezentați cele trei puncte în sistemul de axe perpendiculare xOy. b) Calculați aria triunghiului ABC.

c) Determinați funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=ax+b$ care are ca reprezentare grafică dreapta AC.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-1$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=3-2x$.

a) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy.

b) Calculați aria patrulaterului format de reprezentările grafice ale celor două funcții și axele de coordonate Ox și Oy.

c) Determinați valorile întregi ale numărului a pentru care raportul $\frac{f(a)}{g(a)}$ reprezintă un număr întreg.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$. Punctele $A(1;\ 5)$ și $B(-2;\ -1)$ aparțin reprezentării grafice a funcției f. a) Reprezentați grafic funcția f, într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

b) Determinați numerele reale a și b.

c) Pentru $a=2$ și $b=3$, determinați numerele reale x pentru care $f(x)$ se află în intervalul $[-5;6]$.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x-1$.

a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

b) Aflați numărul real a pentru care punctul $C(|a|;\ 2a+1)$ aparține reprezentării grafice a funcției f.

c) Arătați că numărul $s=f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2007)$ este pătrat perfect.

@ Fie punctele $A(5;3)$ și $B(2;0)$. a) Reprezentați într-un sistem de axe perpendiculare xOy punctele A și B.

b) Fie punctul A' simetricul punctului A față de axa ordonatelor din sistemul de axe perpendiculare xOy. Calculați aria triunghiului ABA'.

c) Aflați valoarea numărului real m știind că punctele A, B și $C(m;2m+1)$ sunt coliniare.

@ Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=0,5\cdot x-2$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=-2x+3$.

a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x)=g(x)$.

b) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Reprezentarea grafică a funcției g intersectează axa Oy în punctul P. Calculați distanța de la punctual P la dreapta care reprezintă graficul funcției f.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x-2(\sqrt{3}-1)$. Valoarea numărului $f(\sqrt{3}-1)$ este egală cu:........

@ Punctul $A(m;m+11)$ aparține reprezentării grafice a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=3x-1$. Numărul real m este egal cu: ....

@ Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(-3;0)$, $B(3;0)$ și $C(0;4)$.
a) Reprezentați cele trei puncte în sistemul de axe perpendiculare xOy. b) Calculați perimetrul triunghiului ABC.
c) Determinați funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, a cărei reprezentare grafică este dreapta AC.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+1$. a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de de axe perpendiculare xOy.
b) Arătați că numărul $N=2007+2\cdot[f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2005)]$ este pătrat perfect.
c) Fiind date punctele $A(1;\,2)$ și $B(-2;-1)$, determinați coordonatele punctului M situat pe axa Oy pentru care suma lungimilor segmentelor MA și MB este minimă.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+2$. a) Calculați $f(-3)\cdot f(-7)$.
b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy. c) Fie punctele $A(0;f(0))$ și $B(2;f(2))$. Aflați coordonatele punctului C situat pe axa Ox astfel încât $[AC]\equiv[BC]$.

@ Se consideră funcția $f:\{0;1;2;3;...;50\}\to\mathbf{R}$, $f(n)=(-1)^n+n$.
a) Calculați suma $s=f(13)+f(14)+f(15)+f(16)+\ ...\ +f(47)+f(48)$.
b) Reprezentați grafic funcția $g:\{0;1;2\}\to\mathbf{R}$, $g(n)=f(n)$, într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=-2x+5$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, g(x)=x+2$. Coordonatele punctului de intersecție al reprezentărilor grafice ale celor două funcții este punctul:........

@ Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x+5$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=x+2$.
a) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy.
b) Determinați punctul de intersecție al reprezentărilor grafice ale funcțiilor f și g.
c) Determinați aria triunghiului format de axa Oy și reprezentările grafice ale funcțiilor f și g.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(1-\sqrt{3})x-\sqrt{3}$. a) Calculați valoarea funcției pentru $x=-1$.
b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, inecuația $f(x)+1\geq 0$.
c) Determinați numerele raționale a și b pentru care $f(a+1)=b\sqrt{3}$.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(a-1)x+b$.
a) Determinați numerele reale a și b știind că reprezentarea grafică a funcției intersectează axele de coordonate în punctele $M(1;0)$ și $N(0;3)$.
b) Pentru $a=-2$ și $b=3$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.
c) Pentru $a=-2$ și $b=3$, calculați distanța de la punctul $P(-4;0)$ la dreapta care reprezintă graficul funcției f.

@ Considerăm funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2mx+m-2$, unde m este un număr real.
a) Pentru $m=1$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.
b) Determinați coordonatele punctului de intersecție a reprezentărilor grafice ale funcțiilor $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, g(x)=4x$ și $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, h(x)=-4x-4$.
c) Arătați că, pentru orice m număr real, punctul $P\left(-\frac{1}{2};-2\right)$ aparține reprezentării grafice a funcției f.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(m-1)x+m$, unde m este un număr real. Punctul $A(1;1)$ aparține reprezentării grafice a funcției f pentru m egal cu:........

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(2a+3)x+1$.
a) Determinați valorile numărului real a, știind că punctul $A(a;0)$ se află pe reprezentarea grafică a funcției f.
b) Pentru $a=-1$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.
c) Pentru $a=-1$, arătați că numărul $N=f(n)\cdot f(n+2)+1$ este pătrat perfect, oricare ar fi $n\in\mathbf{N}$.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x+1$.

a) Calculați $f\left(\sqrt{2}\right)\cdot f\left(\sqrt{2}-1\right)$. b) Reprezentați grafic funcția f

c) Arătați că pentru orice $n\in\mathbf{N}^*$, numărul $\sqrt{[f(1)+f(2)+f(3)+...+f(n)]-2n}$ este natural.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+2$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=x+4$.

a) Arătați că $f(x)\cdot g(x)=x^2+6x+8$, oricare ar fi x număr real.

b) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Fie un punct oarecare M situat pe reprezentarea grafică a funcției g. Determinați distanța de la punctul M la reprezentarea grafică a funcției f.

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2-3x$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, g(x)=2x-3$. Punctul de intersecție al reprezentărilor grafice ale celor două funcții este:........

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-2x-3$.

a) Reprezentați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare *xOy*.

b) Calculați aria triunghiului determinat de reprezentarea grafică a funcției f și axele de coordonate.

c) Arătați că $\dfrac{f\left(\sqrt{3}\right)-f\left(\sqrt{2}\right)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ este un număr rațional.

@ Fie punctele $A(-1;5)$ și $B(0;4)$ și funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, unde a și b sunt numere reale.

a) Determinați funcția f știind că punctele A și B aparțin dreptei care reprezintă graficul funcției.

b) Calculați lungimea segmentului AB.

c) Pentru $a=-1$ și $b=4$, determinați punctul situat pe reprezentarea grafică a funcției f, care are coordonatele egale.

@ Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=mx+m-5$.

a) Aflați valoarea numărului real m astfel încât punctul $A(-2;0)$ să aparțină reprezentării grafice a

b) Pentru $m=-5$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare *xOy*.

c) Pentru $m=-5$, determinați perimetrul triunghiului format de axele Ox, Oy și reprezentarea grafică a funcției f.

@ Considerăm funcția $f:\{1;\ 2;\ 3;\ 5;\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-2$.

a) Determinați mulțimea valorilor funcției f. b) Reprezentați grafic funcția f

c) Calculați distanța dintre punctul de abscisă 1 situat pe reprezentarea grafică a funcției f și punctul $P(-2;3)$.

@ Fie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ o funcție de forma $f(x)=ax+b$, unde a și b sunt numere reale. Reprezentarea grafică a funcției f intersectează axele de coordonate în punctele $A(2;0)$ și $B(0;4)$.

a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare *xOy*. b) Determinați funcția f.

c) În sistemul de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $D(2;-2)$ și C proiecția punctului D pe axa Oy. Calculați aria patrulaterului $ABCD$.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=3x+6$. a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2f(x)-f(0)=f(-2)$.

b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

c) Calculați valoarea sumei $S=f(0)+f(2)+f(4)+...+f(32)$.

@ Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-3x+2$.

a) Comparați numerele $f\left(\sqrt{2}-1\right)$ și $f\left(\sqrt{2}\right)$. b) Reprezentați grafic funcția f

c) Determinați numărul real a pentru care punctul $P\left(\dfrac{a+3}{2};\ 2a+1\right)$ aparține reprezentării grafice a

@ Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x-2$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=0{,}5\cdot x+1$. a) Calculați $f(2)-2\cdot g(3)$.

b) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare *xOy*.

c) Demonstrați că, în sistemul de axe perpendiculare xOy, punctul $O(0;0)$ se află la distanță egală față de reprezentările grafice ale funcțiilor f și g.

@ Reprezentările grafice ale funcțiilor $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=3-4x$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=2x-21$ au ca punct comun:........

Poliedre

Selectii de pe "100 de variante"

@ Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are $AA'=3\sqrt{5}$ cm, AB = 6 cm şi BC = 3 cm. Fie punctul O mijlocul segmentului BD şi punctul M mijlocul segmentului AB.

b) Demonstraţi că dreptele OM şi $A'B$ sunt perpendiculare.

c) Calculaţi măsura unghiului determinat de dreapta $D'B$ şi planul (ABC).

d) Calculaţi valoarea tangentei unghiului determinat de planele $(A'DM)$ şi $(D'DM)$.

@ Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are $AA'=8\sqrt{2}$ cm şi $BC=8\sqrt{7}$ cm. Aria patrulaterului $ABC'D'$ este egală cu 192 cm^2.

b) Arătaţi că $AB=8$ cm. c) Calculaţi valoarea tangentei unghiului format de dreptele $A'C$ şi AD.

d) Calculaţi distanţa de la punctul D la planul $(A'BC)$.

@ $SABC$ este o piramidă triunghiulară regulată, de bază ABC. Punctul M este mijlocul muchiei BC, măsura unghiului determinat de dreptele SM şi SA este egală cu 90° şi $SA=6\sqrt{2}$ cm.

b) Arătaţi că triunghiul SAC este dreptunghic. c) Calculaţi volumul piramidei $SABC$.

d) Fie punctele A şi B mijloacele muchiilor SA şi respectiv SB, iar P şi Q proiecţiile punctelor A' şi respectiv B' pe planul (ABC). Calculaţi aria triunghiului CPQ.

@ Piramida triunghiulară $ABCD$ are toate muchiile de lungime a cm, unde a este un număr real pozitiv. Punctul M este mijlocul laturii AC.

b) Arătaţi că dreapta AC este perpendiculară pe planul (MBD). c) Calculaţi aria triunghiului MBD.

d) Calculaţi distanţa de la punctul M la planul (BCD).

@ Piramida patrulateră regulată $SPACE$, de bază $PACE$, are muchia bazei $PA=12$ cm şi înălţimea SO = 6 cm. b) Calculaţi volumul piramidei $SPACE$.

c) Ştiind că punctul M este mijlocul muchiei SP, arătaţi că dreapta MO este paralelă cu planul (SEC).

d) Calculaţi măsura unghiului determinat de planele (SPC) şi (SAC).

@ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC, are muchia bazei $AB=4$ cm şi aria laterală egală cu 72 cm^2.

b) Arătaţi că muchia laterală a prismei este de 6 cm.

c) Calculaţi volumul piramidei a cărei bază coincide cu una din bazele prismei şi al cărei vârf este centrul de greutate al celeilalte baze a prismei.

d) Calculaţi valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele AB' şi BC'.

@ În prisma dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ cu baza pătrat, măsura unghiului dintre diagonala $D'B$ şi planul (ABC) este de $60°$, iar latura bazei $ABCD$ este AB = 5 cm.

b) Demonstraţi că dreptele $D'C$ şi AD sunt perpendiculare. c) Calculaţi aria laterală a prismei.

d) Fie punctele M, N, P, Q situate pe muchiile $[AA'], [BB'], [CC']$, respectiv $[DD']$ astfel încât AM = 7 cm, BN = 3 cm, CP = 1 cm şi DQ = 5 cm. Arătaţi că punctele M, N, P, Q sunt coplanare.

@ Piramida patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V şi bază $ABCD$, are muchia bazei de 12 cm şi înălţimea de 8 cm. Punctul M este mijlocul laturii BC.

b) Calculaţi aria laterală a piramidei.

c) Fie punctul N situat pe latura AB astfel încât $NB=3\cdot AN$. Calculaţi aria triunghiului MND.

d) Calculaţi valoarea tangentei unghiului determinat de planele (VAM) şi (ABC).

@ În prisma dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ cu baza pătrat, muchia bazei $ABCD$ este de $6\sqrt{2}$ cm şi înălţimea AA' este de 6 cm. Pe segmentul AC se iau punctele E şi F astfel încât $[AE]\equiv[CF]\equiv[AB]$.

b) Calculaţi aria totală a prismei. c) Demonstraţi că patrulaterul $BEDF$ este romb.

d) Calculaţi măsura unghiului determinat de planele $(C'CD)$ şi $(D'DF)$.

@ Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are $AB=20$ cm, $BC=16$ cm şi $AA'=15$

b) Calculaţi volumul paralelipipedului dreptunghic. . c) Calculaţi distanţa de la punctul B la dreapta DC'

d) Fie un punct Q situat pe muchia AA'. Calculaţi lungimea segmentului QA astfel încât perimetrul triunghiului $B'QD$ să fie minim.

@ Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 2 cm, $\sqrt{7}$ cm, $\sqrt{5}$ cm. Diagonala paralelipipedului are lungimea de ... cm.

@ În cubul $ABCDA'B'C'D'$, aria triunghiului DOB este egală cu $\sqrt{3}\ \text{cm}^2$, unde $\{O\} = BC' \cap B'C$.
b) Arătați că $AB = 2$ cm. c) Aflați volumul piramidei patrulatere regulate $OADD'A'$ care are vârful O și baza $ADD'A'$.
d) Calculați valoarea cosinusului unghiului determinat de dreptele DO și $A'B$.

@ Fie trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$. Punctele O și O' sunt centrele de greutate ale bazelor ABC, respectiv $A'B'C'$, $AB = 8$ cm, $A'B' = 6$ cm și $OO' = 4$ cm. Calculați:
b) aria totală a trunchiului; c) volumul piramidei din care provine trunchiul;
d) distanța de la punctul O la planul $(BCC\ )$. ′ ′

@ Cubul $ABCDA'B'C'D'$ are muchia $AB = 6$ cm.
b) Calculați aria triunghiului $A'BD$.
c) Arătați că dreptele AC' și $A'O$ sunt perpendiculare, unde $AC \cap BD = \{O\}$.
d) Calculați volumul piramidei regulate cu vârful în C' și cu baza triunghiul $A'BD$.

@ Piramida patrulateră regulată $SABCD$, cu baza $ABCD$, are înălțimea de $6\sqrt{2}$ cm și muchia bazei de 12 cm. b) Calculați volumul piramidei.
c) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de două fețe laterale alăturate.
d) Calculați distanța de la punctul P, mijlocul înălțimii piramidei, la planul (SBC).

@ O piramidă patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are latura bazei de 12 cm și înălțimea de 6 cm.
b) Calculați aria laterală a piramidei.
c) Calculați valoarea cosinusului unghiului determinat de o muchie laterală cu planul bazei.
d) Calculați distanța de la punctul H, mijlocul înălțimii piramidei, la planul (VAB).

@ Piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu vârful V și baza $ABCD$, are latura bazei de 12 cm și înălțimea de 8 cm. b) Calculați aria totală a piramidei.
c) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de muchiile laterale VB și VD.
d) Fie H un punct situat pe înălțimea $[VO]$ a piramidei. Știind că distanța de la punctul H la planul (ABC) este egală cu distanța de la punctul H la planul (VAB), calculați lungimea segmentului OH.

@ Piramida patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are $VA = AB = 6$ cm.
b) Calculați aria laterală a piramidei $VABCD$. c) Demonstrați că dreptele VB și VD sunt perpendiculare.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele (VAB) și (VDC).

@ Piramida triunghiulară regulată $ABCD$, de bază ABC are $AB = 8$ cm și $AD = 5$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv AD.
b) Calculați aria totală a piramidei $ABCD$.
c) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele MN și DC.
d) Calculați lungimea proiecției segmentului $[MN]$ pe planul (DBC).

@ Cubul $ABCDA'B'C'D'$ are muchia de 4 cm. b) Demonstrați că planul (ACB') este paralel cu planul $(A'C'D)$.
c) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele CD și $A'C'$.
d) Calculați distanța de la punctul B la planul $(A'C'D)$.

@ Paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$ are $AB = 2$ cm, $BC = 2\sqrt{3}$ cm și $AE = 2$ cm.
b) Calculați aria totală a paralelipipedului. c) Aflați măsura unghiului determinat de planele (EBC) și (ABC).
d) Punctul M aparține segmentului BC astfel încât $MC = 1$ cm. Determinați distanța de la punctul E la dreapta MD.

@ $ABCDA'B'C'D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată care are baza mare pătratul $ABCD$. Măsura unghiului dintre muchia AA' și planul (ABC) este de 45° și $AA' = A'B' = 6$ cm.
b) Arătați că înălțimea trunchiului de piramidă are lungimea de $3\sqrt{2}$ cm.
c) Calculați volumul trunchiului de piramidă.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele $A'A$ și BC'.

@ Trunchiul de piramidă patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$, cu bazele $ABCD$ şi $A'B'C'D'$, are $AB = 18$ cm, $A'B' = 6$ cm şi apotema trunchiului de 12 cm.
b) În trapezul $ABB'A'$ fie $AB' \cap A'B = \{P\}$. Calculaţi perimetrul triunghiului PAB.
c) Calculaţi volumul trunchiului de piramidă.
d) Calculaţi măsura unghiului determinat de planul unei feţe laterale a trunchiului de piramidă şi planul (ABC).

@ Piramida triunghiulară regulată $VABC$ cu baza ABC, are $AB = VA = 6$ cm.
b) Demonstraţi că muchiile VA şi BC sunt perpendiculare. c) Calculaţi volumul piramidei $VABC$.
d) Calculaţi distanţa de la centrul de greutate al triunghiului VAB la planul (ABC).

@ $ABCA'B'C'$ este o prismă dreaptă cu una din baze triunghiul echilateral ABC. Volumul prismei este egal cu $54\sqrt{3}$ cm^3. Muchiile AB şi BB' sunt congruente, iar punctul M este mijlocul laturii AB.
b) Arătaţi că $AB = 6$ cm. c) Arătaţi că planele (MCB') şi (ABB') sunt perpendiculare.
d) Calculaţi distanţa de la punctul B la planul (MCB').

@ O piramidă patrulateră regulată $VABCD$, de bază $ABCD$, are $VA = 10$ cm. Fie punctul M mijlocul segmentului BC şi $VM = 5\sqrt{3}$ cm. b) Calculaţi măsura unghiului determinat de dreapta VB cu planul bazei (ABC).
c) Fie punctul T situat pe segmentul DC astfel încât $VT + TM$ să aibă lungimea minimă. Calculaţi lungimea segmentului TC.

@ În prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghiul echilateral ABC, se consideră: $BA' \cap AB' = \{O\}$, $BC' \cap CB' = \{O'\}$, înălţimea $AA' = 6$ cm şi latura bazei $AB = 8$ cm.
b) Demonstraţi că dreptele OO' şi BB' sunt perpendiculare. c) Calculaţi distanţa de la punctul B la dreapta OO'.
d) Calculaţi valoarea sinusului unghiului determinat de planele $(B'AC)$ şi $(BA'C')$.

@ Fiecare muchie a unei piramide triunghiulare regulate are lungimea de 10 cm. Aria totală a piramidei este.........

@ Suma tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic $ABCDA B C D$ este egală cu 60 cm, iar diagonala $AC' = 9$ cm. b) Calculaţi aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.
c) Ştiind că $AB = BC = 4$ cm, calculaţi perimetrul dreptunghiului $ACC'A'$.
d) Ştiind că $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$ şi că $AB = BC = 4$ cm, calculaţi valoarea tangentei unghiului determinat de dreapta $O'A$ cu planul (DBB').

@ Muchia cubului $ABCDA B C D$ este $AB = 4$ cm. Punctele M şi N se află pe muchiile DD, respectiv BB' astfel încât $MD' = BN = 1$ cm.
b) Calculaţi aria totală a piramidei triunghiulare regulate $ACD'B'$.
c) Calculaţi lungimea segmentului MN. d) Calculaţi aria triunghiului AMN.

@ Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic care are $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $BC = 6$ cm şi măsura unghiului $BA'C$ de 30°. b) Arătaţi că $AA' = 6$ cm. c) Calculaţi aria totală a paralelipipedului.
d) Calculaţi distanţa de la centrul feţei $BCC'B'$ la planul $(A'BC)$.

@ Fie $ABCDA'B'C'D'$ paralelipipedul dreptunghic în care laturile bazei $ABCD$ sunt $AB = 30$ cm şi $AD = 40$ cm, iar înălţimea $AA' = 24$ cm.
b) Calculaţi aria laterală a paralelipipedului. c) Calculaţi distanţa de la punctul A' la dreapta BC.
d) Calculaţi măsura unghiului determinat de planele (ACD) şi (ACD').

@ Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are toate muchiile congruente şi $AB = 12$ cm. Fie M un punct situat pe muchia VA astfel încât $VA = 4 \cdot VM$ şi punctul N mijlocul muchiei BC.
b) Arătaţi că triunghiul MAN este isoscel. c) Calculaţi volumul piramidei triunghiulare regulate $VABC$.
d) Aflaţi valoarea sinusului unghiului determinat de planele (MBC) şi (ABC).

@ În cubul $ABCDA'B'C'D'$ punctul M este mijlocul laturii AB, iar $MD' = 6$ cm. b) Arătaţi că $AB = 4$ cm.
c) Calculaţi distanţa de la punctul C la punctul de intersecţie al dreptei MD cu planul $(BB'C')$.
d) Calculaţi distanţa de la punctul C la planul $(MC'D')$.

@ Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu baza $ABCD$. Latura bazei este egală cu $12\sqrt{3}$ cm şi apotema piramidei este egală cu 12 cm.
b) Calculați volumul piramidei $VABCD$. c) Calculați măsura unghiului determinat de planul unei fețe laterale
d) Se secționează piramida cu un plan paralel cu planul bazei astfel încât aria laterală a trunchiului de piramidă obținut să fie 75% din aria laterală a piramidei inițiale. Calculați distanța de la planul bazei piramidei inițiale la planul de secțiune.

@ În piramida triunghiulară regulată $ABCD$ toate cele şase muchii sunt congruente. Înălțimea piramidei este DO, punctul M este proiecția punctului O pe muchia DB şi $MC = 2\sqrt{7}$ cm.
b) Arătați că $AB = 6$ cm. c) Determinați volumul piramidei triunghiulare regulate $ABCD$.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreapta MC şi planul (BOD).

@În piramida triunghiular ă regulată $VABC$, cu baza ABC, avem $VA = 6$ cm şi $AB = 6\sqrt{2}$ cm.
b) Calculați volumul piramidei $VABC$. c) Demonstrați că muchiile VA şi BC sunt perpendiculare.
d) Punctul P este situat pe înălțimea VO la distanță egală de toate fețele piramidei. Calculați lungimea segmentului PO.

@ Trunchiul de piramid ă patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ are baza mare $ABCD$, valoarea tangentei unghiului $A'AC$ egală cu $\frac{3}{2}$, $AB = 12$ cm şi $A'C' = 8\sqrt{2}$ cm.
b) Ar ătați că înălțimea trunchiului de piramidă are lungimea de $3\sqrt{2}$ cm.
c) Calculați aria laterală a trunchiului de piramidă. d) Fie P un punct situat pe muchia BB'. Calculați lungimea segmentului BP astfel încât aria triunghiului APC să fie minimă.

@În cubul $ABCDA'B'C'D'$, punctul M este mijlocul muchiei BC şi $A'M = 12$ cm. b) Arătați că $AB = 8$ cm.
c) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de diagonala BD' şi planul bazei (ABC).
d) Calculați distanța de la punctul C la planul $(A'AM)$.

@ Un cub are muchia de 2 cm. Diagonala cubului are lungimea egală cu ... cm.

@ În paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, de bază $ABCD$, se cunosc următoarele lungimi: $BA' = 6$ cm, $CA' = 9$ cm şi $DA' = 7$ cm.
b) Demonstrați că dreptele $A'B$ şi BC sunt perpendiculare. c) Calculați volumul paralelipipedului.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele $(A'BC)$ şi $(B'AD)$.

@ O prismă dreaptă are ca baze, hexagoanele regulate $ABCDEF$ şi $A'B'C'D'E'F'$. Măsura unghiului $A'CA$ este de 45°, $AD \cap CF = \{O\}$ şi $A'O = 6\sqrt{3}$ cm. b) Arătați că $AB = 3\sqrt{3}$ cm. c) Calculați aria totală a prismei.
d) Calculați distanța de la punctul B la planul (ACC').

@Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are $VA = 10$ cm şi raza cercului circumscris bazei ABC de $4\sqrt{3}$ cm.
b) Arătați că $AB = 12$ cm.
c) Fie punctul E mijlocul laturii AB. Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele VE şi BC.
d) Calculați perimetrul minim al triunghiului MBC, unde punctul M aparține muchiei AV.

@În piramida patrulateră regulată $ABCDE$, de bază $ABCD$, $AE = 4$ cm şi măsura unghiului AEC este egală cu 120°. Notăm cu O intersecția dreptelor AC şi BD.
b) Arătați că $EO = 2$ cm. c) Calculați aria totală a piramidei.
d) Printr-un punct F situat pe segmentul EO ducem un plan paralel cu planul bazei. Piramida mică, astfel formată are volumul 2 cm^3. Calculați lungimea segmentului EF.

@Bazele unui trunchi de piramidă patrulateră regulată sunt $ABCD$ şi $A'B'C'D'$. Latura bazei mari este $AB = 16$ cm, latura bazei mici este $A'B' = 4$ cm şi apotema trunchiului este de 9 cm.
b) Arătați că înălțimea trunchiului are lungimea egală cu $3\sqrt{5}$ cm.
c) Calculați volumul piramidei din care provine trunchiul de piramidă.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele (ABB') şi (DCC').

@Prisma dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ are ca baze pătratele $ABCD$ şi $A'B'C'D'$, aria laterală egală cu $100\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ şi volumul egal cu $125\sqrt{3}\ \text{cm}^3$. c) Calculați distanța de la punctul A la dreapta $B'C$.
d) Calculați măsura unghiului determinat de planele (DCB') şi (ABC').

@ Piramida patrulateră regulată $VABCD$ de vârf V şi bază $ABCD$, are muchia bazei de 10 cm şi înălţimea de 12 cm. b) Calculaţi volumul piramidei.

c) La ce distanţă de vârful piramidei trebuie dus un plan paralel cu planul bazei, astfel încât raportul dintre volumul piramidei mici şi volumul trunchiului de piramidă obţinut să fie egal cu $\frac{1}{7}$?

d) Calculaţi valoarea tangentei unghiului determinat de planele (VAC) şi (VAB).

@ Fie prisma dreapt ă $ABCA'B'C'$ cu baza ABC triunghi echilateral. Latura bazei ABC are lungimea de 24 cm, iar înălţimea prismei AA' are lungimea de 12 cm.

b) Calculaţi aria totală a prismei. c) Calculaţi distanţa de la punctul A la planul $(A'BC)$.

d) Calculaţi valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele AB' şi $A'C$.

@ În piramida patrulateră regulată $VABCD$, lungimea înălţimii VO este egală cu lungimea laturii BC a pătratului $ABCD$ şi punctul M este mijlocul laturii BC.

b) Ar ătaţi că triunghiul VMA este isoscel. c) Ştiind că $VM = 4\sqrt{5}$ cm, aflaţi volumul piramidei $VABCD$.

d) Ştiind că $VM = 4\sqrt{5}$ cm, determinaţi distanţa de la punctul A la planul (VBC).

@Piramida triunghiulară regulată $VABC$, de vârf V şi bază ABC, are $AB = 24$ cm şi $VA = 12\sqrt{5}$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC.

b) Calculaţi volumul piramidei $VABC$. c) Calculaţi distanţa de la punctul M la muchia AV.

d) Calculaţi valoarea tangentei unghiului determinat de planele (AVM) şi (AVB).

@ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghiul echilateral ABC, are aria laterală egală cu 48 cm^2 şi aria totală egală cu $8\cdot(6+\sqrt{3})$ cm^2. b) Arătaţi că $AB = 4$ cm. c) Calculaţi volumul prismei $ABCA'B'C'$.

d) Fie punctul G centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$. Calculaţi distanţa de la punctul A la planul (GBC).

@ Fie prisma dreaptă $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ cu una din baze, hexagonul regulat $ABCDEF$ de latură AB = 3 cm. Înălţimea prismei este $AA' = 3\sqrt{3}$ cm, iar punctul S este mijlocul segmentului EB'.

b) Calculaţi aria laterală a prismei. c) Arătaţi că dreapta AE' este paralelă cu planul (DBB').

d) Calculaţi distanţa de la punctul S la dreapta AE'.

@ Pătratele $MNPQ$ şi $NPRT$ sunt situate în plane perpendiculare şi $MN = 10$ cm.

b) Arătaţi că $PNRQ$ este o piramidă triunghiulară regulată.

c) Calculaţi distanţa de la punctul R la mijlocul segmentului QT.

d) Calculaţi măsura unghiului determinat de dreptele NQ şi TP.

@ Un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ cu baza mare $ABCD$ şi baza mică $A'B'C'D'$, are $AB = 8$ cm şi $A'B' = 4$ cm. Muchia laterală face cu planul bazei mari un unghi de 60°.

b) Arătaţi că lungimea înălţimii trunchiului de piramidă este egală cu $2\sqrt{6}$ cm.

c) Calculaţi aria totală a trunchiului. d) Calculaţi distanţa de la punctul A la planul (DCC').

@ În prisma dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ cu una din baze pătratul $ABCD$, $\{O\} = AC \cap BD$, $AB = 6$ cm şi $AA' = 7$ cm.

b) Calculaţi volumul prismei. c) Calculaţi distanţa de la punctul O la diagonala $A'C$.

d) Fie $\{O'\} = A'D \cap AD'$. Calculaţi măsura unghiului determinat de dreptele OO' şi BC.

@ Se consideră piramida triunghiulară regulată de vârf V şi bază ABC, care are înălţimea de 12 cm şi măsura unghiului determinat de planul bazei şi planul unei feţe laterale de 60°.

b) Arătaţi că $AB = 24$ cm. c) Calculaţi aria totală a piramidei.

d) La ce distanţă de planul bazei trebuie dus un plan paralel cu planul bazei, astfel încât piramida mică formată să aibă volumul egal cu $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm^3?

@În cubul $ABCDA'B'C'D'$ care are muchia de $5\sqrt{2}$ cm, notăm $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$. Punctul M este simetricul punctului B faţă de dreapta AD.

b) Demonstraţi că dreapta MD este perpendiculară pe planul $(D'DB)$.

c) Calculaţi distanţa de la punctul M la dreapta $D'B$. d) Demonstraţi că dreptele $D'B$ şi DO' sunt perpendiculare.

@ Prisma dreaptă $ABCDA\,B\,C\,D$ are ca baze pătratele $ABCD$ şi $A\,B\,C\,D$, înălţimea $AA = 9$ cm şi diagonala $DB' = 3\sqrt{41}$ cm. b) Calculaţi volumul prismei.
c) Calculaţi aria triunghiului ACD'. d) Calculaţi distanţa de la punctul B' la planul (ACD').

@Cubul $ABCDA'B'C'D'$ are $AB = 6$ cm. Pe laturile pătratului $ABCD$ alegem punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$, $Q \in (DA)$ astfel încât $AM = BN = CP = DQ = 2$ cm.
b) Calculaţi distanţa de la punctul A' la dreapta BD. c) Demonstraţi că $MNPQ$ este pătrat.
d) Fie $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$. Calculaţi valoarea raportului dintre volumul cubului şi volumul piramidei patrulatere regulate de vârf O' şi bază $MNPQ$.

@ În cubul $ABCDA'B'C'D'$ punctul M este mijlocul laturii AB, punctul N este mijlocul laturii BC şi $DM = 2\sqrt{5}$ cm.
b) Demonstraţi că dreptele AN şi DM sunt perpendiculare. c) Calculaţi aria totală a cubului.
d) Ştiind că aria triunghiului $A'MD = a$ cm^2, arătaţi că numărul a se află în intervalul $(9;10)$.

@ Trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are baza mare ABC, $AB = 6$ cm, $A'B' = 3$ cm şi $AC' = \sqrt{37}$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AC.
b) Arătaţi că lungimea înălţimii trunchiului este de 4 cm.
c) Calculaţi volumul piramidei triunghiulare regulate din care provine trunchiul.
d) Dacă punctul D este proiecţia punctului A' pe planul (ABC), arătaţi că dreapta AB este perpendiculară pe planul $(A'DM)$.

@ Piramida triunghiulară regulată $ABCD$ de vârf D şi bază ABC, are $BC = AD = 6$ cm. Punctele M şi N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv CD.
b) Calculaţi volumul piramidei $ABCD$. c) Calculaţi distanţa de la punctul C la planul (ABN).
d) Calculaţi măsura unghiului determinat de dreptele MN şi AC.

@ Piramida hexagonală regulată $VABCDEF$, de vârf V, are aria laterală egală cu $48\sqrt{3}$ cm^2 şi apotema piramidei de $4\sqrt{3}$ cm.
b) Arătaţi că latura bazei $AB = 4$ cm. c) Calculaţi volumul piramidei.
d) Calculaţi valoarea sinusului unghiului determinat de planul (VBD) cu planul bazei.

@ În piramida triunghiulară regulată $VABC$ de vârf V şi bază ABC, înălţimea VO are lungimea egală cu 12 cm, iar distanţa de la punctul O la planul (VBC) este egală cu 7,2 cm.
b) Calculaţi aria laterală a piramidei $VABC$.
c) Ştiind că punctele G_1, G_2, G_3 sunt centrele de greutate ale feţelor VAB, VAC, respectiv VBC, calculaţi volumul piramidei regulate $VG_1G_2G_3$.

@ Piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu vârful V şi baza $ABCD$, are $AB = VO = 10$ cm, unde $AC \cap BD = \{O\}$.
b) Calculaţi aria laterală a piramidei $VABCD$. c) Calculaţi distanţa de la punctul A la planul (VBC).
d) Calculaţi valoarea sinusului unghiului determinat de muchia VA şi planul (VBC).

@ În interiorul cubului $ABCDA'B'C'D'$ se consideră punctul M astfel încât $MABCD$ să fie o piramidă patrulateră regulată. Punctele O şi O' sunt centrele feţelor $ABCD$, respectiv $A'B'C'D'$.
b) Calculaţi măsura unghiului format de dreptele $A'C'$ şi BD.
c) Arătaţi că punctele O, M şi O' sunt coliniare.
d) Pentru $AB = 6$ cm, calculaţi lungimea segmentului OM astfel încât apotema piramidei regulate $MABCD$ să aibă aceeaşi lungime ca şi muchia cubului.

@ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu una din baze triunghiul echilateral ABC, are $AB = 10$ cm, $BB' = 5$ cm şi punctul M situat pe muchia $A'C'$ astfel încât $A'M = 5$ cm.
b) Aflaţi aria totală a prismei. c) Calculaţi măsura unghiului determinat de dreptele AA' şi MB.
d) Calculaţi distanţa de la punctul M la planul $(B'BC)$.

@Cubul $ABCDA'B'C'D'$ are lungimea muchiei de 6 cm.
b) Calculaţi perimetrul triunghiului ACD' c) Calculaţi aria totală a piramidei triunghiulare regulate $ACB'D'$.
d) Arătaţi că dreapta $B'D$ este perpendiculară pe planul (ACD').

@ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu una din baze triunghiul echilateral ABC, are $AB = 18$ cm şi $AA' = 6$ cm. În triunghiul ABC, bisectoarele unghiurilor B şi C se intersectează în I. Paralela prin punctul I la latura BC intersectează laturile AB şi AC în M, respectiv N. b) Demonstraţi că $MN = BM + CN$.
c) Calculaţi aria totală a prismei. d) Calculaţi măsura unghiului determinat de planele (ABC) şi $(A'MN)$.

@ În prisma dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ cu una din baze pătratul $ABCD$, avem $BC'\cap CB'=\{O\}$, $AB=2$ cm i înălțimea $BB'=2\sqrt{3}$ cm. c) Demonstrați că triunghiul AOD' este dreptunghic.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreapta AO şi dreapta $B'D'$.

@ Cubul $ABCDA'B'C'D'$ are $AB = 4$ cm, O este centrul bazei $ABCD$, iar M este mijlocul muchiei DD'.
b) Calculați aria triunghiului $B'MO$. c) Demonstrați că planele (AMO) și $(B'MO)$ sunt perpendiculare.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele $A'C$ şi MO.

@ Piramida triunghiulară regulată $DABC$ are înălțimea $DO = 4$ cm şi aria bazei ABC egală cu $27\sqrt{3}$ cm^2.
b) Arătați că lungimea apotemei piramidei este egală cu 5 cm.
c) Se secționează piramida cu un plan care trece prin mijlocul înălțimii DO şi este paralel cu planul bazei. Calculați volumul trunchiului de piramidă astfel obținut.
d) Punctul M este mijlocul laturii BC. Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (ABD) şi (AMD).

@ În trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, bazele sunt ABC şi $A'B'C'$, $AB = 24$ cm, $A'B' = 12$ cm, iar diagonalele unei fețe laterale sunt perpendiculare.
b) Arătați că apotema trunchiului are lungimea de 18 cm.
c) Calculați volumul trunchiului de piramidă. d) Calculați distanța de la punctul B la planul $(AB'C)$.

@ Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are $AB=30$ cm şi $BC=AA'=15$ cm.
b) Calculați aria totală a paralelipipedului.
c) Calculați tangenta unghiului determinat de dreapta $A'C$ şi planul (ABC).
d) Determinați poziția punctului M situat pe muchia BB' astfel încât perimetrul triunghiului AMC' să fie minim.

@ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ are ca baze triunghiurile echilaterale ABC şi $A'B'C'$. Punctul O este centrul de greutate al bazei ABC, $AB=12$ cm şi $AA'=5$ cm.
b) Calculați volumul prismei. c) Calculați distanța de la punctul O la dreapta $A'B'$.
d) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (ABC) şi $(A'B'O)$.

@ Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are dimensiunile $AB = AD = 8$ cm şi $AA' = 6$ cm.
b) Calculați lungimea segmentului $A'C$.
c) Calculați distanța de la punctul O, intersecția diagonalelor AC şi BD, la dreapta $A'C$.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele $(A'BD)$ şi $(C'BD)$.

@ În piramida triunghiulară regulată $VABC$, latura bazei ABC este $AB = 12$ cm şi înălțimea piramidei $VO = 6$ cm. Se notează cu D şi E mijloacele muchiilor VA şi respectiv VB.
b) Calculați aria laterală a piramidei. c) Demonstrați că dreapta DE este paralelă cu planul (ABC).
d) Calculați măsura unghiului determinat de planele (DOE) şi (ABC).

@ Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are baza ABC. Muchia bazei $AB = 12$ cm şi muchia laterală $AV = 12$ cm. Punctele M şi N sunt mijloacele muchiilor BC, respectiv AV.
b) Calculați volumul piramidei. c) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele MN şi AC.
d) Fie O centrul de greutate al bazei şi $MN\cap VO=\{G\}$. Arătați că punctul G se află la distanță egală de cele patru fețe ale piramidei.

@ Cubul $ABCDA'B'C'D'$ are $AB=18$ cm. b) Calculați aria triunghiului $A'C'B$.
c) Calculați distanța de la punctul B' la planul $(A'C'B)$.
d) Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate $DA'BC'$.

@ Într-o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$, muchia bazei este de $6\sqrt{2}$ cm şi volumul piramidei este egal cu $144\sqrt{3}$ cm^3. Punctul E este situat pe muchia AV astfel încât $AE=2\cdot VE$.
b) Arătați că triunghiul VAC este echilateral. c) Calculați aria laterală a piramidei.
d) Calculați distanța de la punctul E la planul (VBD).

@ Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ are ca baze triunghiurile echilaterale ABC şi $A'B'C'$ şi lungimea înălțimii AA' de 4 cm. Punctul G este centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$ şi $AG=2\sqrt{7}$ cm.
c) Calculați volumul prismei $ABCA'B'C'$.
d) Fie punctul P mijlocul segmentului $B'C'$. Arătați că dreapta AC' este paralelă cu planul $(A'BP)$.