

Numere naturale

1. Ordonăți crescător numerele $25^{63}, 100^{42}, 125^{47}$.
2. Explicați de ce numărul $2011 + 2012^{2013}$ nu este pătrat perfect.
3. Aflați un sfert din cubul lui 32^{12} .
4. Câte numere sunt în șirul $238, 239, 240, \dots, 813$?
5. Calculați suma numerelor naturale pare de forma $\overline{2xy}$.
6. Aflați toate perechile de numere $a, b \in \mathbb{N}$ pentru care $3a^2 = 27 + ab$.
7. Aflați trei numere naturale, știind că suma dintre primul și al doilea este 40, suma dintre al doilea și al treilea este 46, iar suma dintre primul și al treilea este 42.
8. Găsiți al 1000-lea termen al șirului $3, 10, 17, 24, \dots$.
9. Aflați două numere naturale care au diferența 28, știind că împărțindu-l pe unul la celălalt se obține câtul 2 și restul 8.
10. Demonstrați că numărul $n = 5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot \dots \cdot 5^{35}$ este simultan pătrat perfect și cub perfect.
11. Aflați toate numerele naturale care împărțite la 13 dau câtul 12 și restul impar.
12. Ce rest dă la împărțirea la 10 numărul $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2013 + 2014$?
13. Aflați numărul natural n pentru care $125^{n-4} = 25^{36}$.
14. Găsiți cel mai mic număr natural care împărțit la 8 dă restul 1, iar împărțit la 12 dă restul 5.
15. Se înmulțesc două numere naturale pătrate perfecte. Arătați că produsul este pătrat perfect.
16. Ce rest dă la împărțirea la 5 numărul 2019^{12} ?
17. Numărul $a = 10^{20} - 5^{30}$ este natural?
18. Arătați că numărul $p = 27^{17} - 81^{12}$ se împarte exact la 13.
19. Care este cel mai mic număr natural care poate fi scris sub forma $2013 - 3k^2, k \in \mathbb{N}$?
20. Calculați $20132013 \cdot 20132012 + 20132012 - 20132011 \cdot 20132014$.
21. Arătați că nu există număr natural care împărțit la 18 să dea rest 8 și împărțit la 15 rest 7.
22. Într-un șir de 20 de numere naturale consecutive, suma dintre al doilea și ultimul este 54. Aflați suma celor 20 de numere.
23. Găsiți toate numerele naturale n de trei cifre, pentru care suma dintre n și răsturnatul lui este 646.
24. Aflați numărul natural a , dacă $(2a^4)^3 \cdot (5a^6)^2 = 12^{24} \cdot 200$.
25. Pentru numerotarea apartamentelor unui bloc au fost utilizate 252 cifre. Câte apartamente sunt?

Divizibilitate

1. Scrieți valoarea logică a propozițiilor: a) $6 \in D_{78}$; b) $162 \in M_7$; c) $405 \div 15$; d) $12 \mid 6$,
e) 10 are doi divizori; f) 3 este multiplu al lui 18; g) 8 este divizor al lui 48; h) $D_{18} \cap M_6 = \{6, 18\}$.
2. Fără a face împărțiri, stabiliți care propoziții sunt adevărate: a) 19305 este multiplu de 5; b) 3 este divizor al lui 2378; c) $72138 \div 4$; d) $2 \mid \overline{x7b6}$; e) 20188 se divide cu 9; e) $25 \in D_{1235}$; f) $1620 \notin M_{10}$
3. Verificați dacă $(18^{115} + 2013) \div 5$.
4. Aflați toate numerele de forma: a) $\overline{8a71} \div 3$; b) $\overline{3n67n} \div 4$; c) $\overline{2x709} \div 9$; d) $\overline{abab} \div 25$.
5. Care este cel mai mare divizor impar al lui 108?
6. Aflați cel mai mic multiplu al lui 39 de forma $\overline{1xyz}$.
7. Arătați că următoarele numere nu sunt prime: a) 31107; b) $7^{21} - 5^{21}$; c) $19^{24} - 12^{24}$; d) $10^{2013} - 2017$.
8. Descompuneți în factori primi numerele: a) 1960; b) $3+6+9+\dots+123$; c) 45^{24} ; d) $5^{25} - 5^{22}$.
9. Scrieți toți divizorii naturali ai lui 168.
10. Aflați elementele mulțimilor: a) $A = \{x \in N \mid \frac{51}{4x-3} \in N\}$; b) $B = \{k \in N \mid \frac{3k+22}{k+4} \in N\}$.
11. Aflați două numere naturale prime care au suma 159.
12. Stabiliți dacă numărul $n = 32^7 \cdot 140^5$ este pătrat perfect sau cub perfect.
13. Arătați că: a) $(27^{16} - 5 \cdot 81^{11}) \div 19$ b) $4^{n+1} \cdot 3^{2n+1} + 2^{2n+3} \cdot 9^{n+1} + 36^n$ se divide cu 17 pentru orice $n \in N$.
14. Arătați că oricare ar fi cifrele a, b, c , numărul $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} + 2013$ este divizibil cu 3.
15. Găsiți cel mai mic număr $n \in N^*$ astfel încât $240n$ să fie: a) pătrat perfect; b) cub perfect.
16. Care din numerele 3^{43} și $2^{44} - 2^{43}$ are mai mulți divizori?
17. Aflați: a) (600;315); b) (98;171); c) (3;1380); d) [84;198]; e) [8;18;28]; f) [20637;9]
18. Alegeți toate perechile de numere prime între ele din mulțimea $M = \{20; 35; 36; 15; 9; 60\}$.
19. Aflați numerele naturale de forma: a) $\overline{4a7b} \div 18$; b) $\overline{1x7y} \div 30$; c) $\overline{2x73x} \div 12$; d) $\overline{a5b4} \div 36$.
20. Aflați cel mai mic număr natural de patru cifre, care împărțit la 14, 21 sau 63 dă restul 5.
21. Comparați numerele 3^{576} și 2^{1008} .
22. Un sortiment de săpun are formă paralelipipedică, având dimensiunile 15 cm, 10 cm, 9 cm. Care este cea mai mică lungime posibilă a muchiei unei cutii cubice, în care să se transporte săpunuri, astfel încât să nu rămână spații libere?
23. Arătați că pentru orice $a \in N$, fracția $\frac{3a+11}{2a+7}$ este ireductibilă.
24. Aflați numerele prime a, b, c astfel încât $2a+3b+4c = 64$.

Mulțimi

1. Se dau mulțimile $A = \{\Omega, \Delta, \Psi, \Sigma\}$ și $B = \{\Pi, \Psi, \Gamma\}$. Aflați $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, $B \cup A$, $A \times B$.
2. Știind că $M = \{x \in \mathbb{N} / 206 \leq x \leq 474\}$, aflați $\text{card } M$ și $\text{card } (M - \mathbb{N})$.
3. Mulțimea X are 24 elemente, iar Y are 32 elemente. Aflați numărul minim și numărul maxim posibil de elemente al lui $X \cup Y$, $X \cap Y$, $X - Y$, $Y - X$.
4. Fie mulțimile $C = \{a / \overline{44a3} : 3\}$ și $D = \{x \in \mathbb{N} / 2^x < 16\}$. Aflați $(C - D) \cup (D - C)$ și $C \cap D$.
5. Stabiliți dacă $2307 \in A$, dacă $A = \{9, 16, 23, 30, \dots\}$.
6. Scrieți cu ajutorul unei proprietăți caracteristice mulțimea $T = \{4, 7, 10, 13, \dots, 94, 97\}$.
7. Mulțimea A are 25 elemente, $\text{card } B = 34$, iar $A \cap B$ are 18 elemente. Câte elemente are $A \cup B$?
8. Mulțimea X are 42 elemente, $\text{card } Y = 173$, iar $\text{card } (X \cup Y) = 181$. Aflați $\text{card } (X \cap Y)$.
9. Găsiți elementele mulțimilor A și B , știind că $A \cup B = \{4, 2, 5, 7, 1, 8\}$, $A \cap B = \{2, 7\}$, $A - B = \{8, 1\}$.
10. Aflați produsul și suma elementelor mulțimii $A = \{x / x = 3^n, n \in \mathbb{N}^*, n < 33\}$.
11. Scrieți toate submulțimile mulțimii $M = \{e, b, u\}$.
12. Se dă mulțimea $S = \{x / x = 5n + 2013, n \in \mathbb{N}\}$. Câte pătrate perfecte conține mulțimea S ?
13. La un test cu două probleme au participat 31 elevi. Problema 1 a fost rezolvată de către 26 elevi, problema 2 de către 17 elevi, iar 4 elevi nu au rezolvat nicio problemă. Câți elevi au rezolvat ambele probleme?
14. Arătați că $\{x / 3(x - 3) = x + 3\} \subset \{x \in \mathbb{N} / 3(x + 5) - 1 \leq 41\}$.
15. Există $k \in \mathbb{N}$ pentru care $A = B$, unde $A = \{2k + 9, k + 7\}$ și $B = \{5 + 3k, k + 17\}$?
16. Comparați cardinalele mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 2^{45}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / 2^{45} < x < 2^{46}\}$.
17. Aflați cel mai mic element nenul al mulțimii $M_{56} \cap M_{63}$.
18. Câte submulțimi cu două elemente are o mulțime cu 100 de elemente?
19. Fie mulțimile $A = \{a + 7, 2a + 3, 3a - 5\}$, $B = \{2a + 1, a + 9, 4a + 5\}$. Aflați a pentru care $A \cap B = A$.
20. Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / x \mid 132\}$ și $B = \{y \in \mathbb{N} / y \mid 126\}$. Care este cel mai mare element al mulțimii $A \cap B$? Câte elemente are $A \cap B$?
21. Fie mulțimile $G = \{x / x = 15a + 7, a \in \mathbb{N}\}$ și $H = \{x / x = 27b + 8, b \in \mathbb{N}\}$. Demonstrați că $G \cap H = \Phi$.
22. Determinați elementele mulțimii $A = \{\overline{abc} / \overline{abc} + \overline{bc} + c = 404\}$.
23. Fie mulțimile $K = \{n / (5n + 1) : 17, n \in \mathbb{N}\}$ și $L = \{n / (7n + 5) : 17, n \in \mathbb{N}\}$. Cele două mulțimi sunt disjuncte?
24. Aflați elementele mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} / \frac{4^{n+1} + 35}{2^{2n+1} + 1} \in \mathbb{N}\}$.
25. Găsiți $n \in \mathbb{N}$ pentru care toate elementele mulțimii $P = \{n; n + 18; n + 24; n + 26; n + 32\}$ sunt prime.

Fracții

1. Stabiliți care din fracțiile următoare sunt subunitare: $\frac{32}{29}, \frac{1}{9}, \frac{16^9}{8^{12}}, \frac{4^{28}}{18^{14}}, \frac{2+4+6+\dots+84}{3+6+9+\dots+96}$
2. Aflați valoarea lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care fracția $\frac{5n-11}{2n+31}$ este echiunitară.
3. Câte fracții subunitare de forma $\frac{13a-41}{2a+5}$, $a \in \mathbb{N}$ există?
4. Scrieți toate fracțiile supraunitare, al căror numitor este cub perfect impar, iar numărătorul este pătrat perfect de două cifre.
5. Simplificați pentru a obține fracții ireductibile: $\frac{32}{36}, \frac{105}{45}, \frac{3434}{5151}, \frac{100^7}{1000^5}, \frac{91}{133}, \frac{22 \cdot 45 \cdot 58}{30 \cdot 87 \cdot 33}, \frac{18^{12}}{12^{18}}, \frac{6^{24} + 6^{26}}{6^{25} + 6^{25}}$
6. Aflați toate fracțiile de forma $\frac{2a5b}{5c2d}$, care se simplifică cu 36.
7. Găsiți o fracție echivalentă cu $\frac{4}{7}$, știind că are numitorul cu 12 mai mic decât numărătorul.
8. Ordonăți crescător numerele $\frac{25}{12}, \frac{29}{15}, 1\frac{7}{10}, \frac{2012}{2013}, 1$.
9. Calculați a) $35 \cdot \left[\frac{5}{14} + \left(1 - \frac{2}{7}\right)^2 : \frac{10}{21} \right]$; b) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{25 \cdot 30}$; c) $\frac{2012}{2013} + \frac{2012}{2013} \cdot \frac{2}{2011}$.
10. Aflați un număr, știind că $\frac{5}{6}$ din el este cu 1 mai mic decât $\frac{7}{8}$ din acel număr.
11. Aflați elementele mulțimii $A = \left\{ x \in \mathbb{N} / \frac{3}{40} < \frac{2x+1}{50} < \frac{17}{80} \right\}$.
12. Găsiți toate numerele $n \in \mathbb{N}$ pentru care fracția $\frac{3n+3}{4n+7}$ este reductibilă.
13. Scrieți ca fracții zecimale, precizând tipul fiecăreia: $\frac{7}{10}, \frac{9}{4}, \frac{19}{6}, \frac{120}{45}, \frac{4}{9}, \frac{26}{25}, \frac{4}{7}$
14. Transformați în fracții ordinare ireductibile fracțiile zecimale: 3,5; 0,02; 1,(36); 0,39(6); 2,0(3).
15. Calculați: a) $(1,35 + 0,02 : 0,25) \cdot (3 - 1,5 \cdot 1,4)$; b) $(7,55 - \frac{21}{4} : 0,7) : [0,036 \cdot 100 - 3,41(6)]$
16. Trei numere raționale au media aritmetică 2. Primul este de 3 ori mai mare ca al doilea, iar acesta este cu 0,25 mai mare decât al treilea. Aflați cele trei numere.
17. Scrieți ca fracție zecimală $\frac{21}{162}$ și aflați a 2013-a zecimală.
18. Împărțind două numere naturale impare consecutive se obține 1,1(3). Aflați numerele.
19. Ordonăți descrescător numerele raționale a=2,706; b=2,71; c=2,7(06); d=2,70(6); e=2,(706); f= $\frac{2}{7}$
20. Care din numerele $\frac{2013}{6^{26}}, \frac{2013}{2^{65}}, \frac{2013}{3^{39}}$ este cel mai apropiat, pe axa numerelor, de 0 ? Dar de 1 ?
21. Fără a efectua împărțiri, precizați ce tip de fracție zecimală se obține din fiecare din următoarele fracții ordinare: $\frac{7}{18}, \frac{11}{40}, \frac{18}{27}, \frac{30}{32}, \frac{13}{21}, \frac{24}{35}, \frac{1}{125}$
22. Aflați cifrele a, b pentru care din fracția ordinară $\frac{2013}{ab+ba}$ se obține o fracție zecimală finită.
23. Câți termeni ai sumei $S=0,1+0,2+0,3+\dots+0,75$ se repetă ? Calculați suma.
24. Câți termeni trebuie să aibă suma $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \dots$, pentru a fi egală cu 0,48 ?
25. Efectuând o împărțire, Benone spune că a obținut câtul 3 și restul 5. La aceeași împărțire, Bristena a obținut 3,625. Niciunul din ei nu a greșit. Care a fost împărțirea pe care au efectuat-o ?

Unități de măsură

1. Transformați în m: 2 km; 120 cm; 8,75 dam; 0,7 dm; 30 mm; 2,25 hm; $\frac{3}{4}$ km; $\frac{1}{5}$ cm; $\frac{173}{10}$ mm.
2. Transformați în m²: 26 dm²; 0,03 km²; 8 dam²; 1,5 dm²; 3001 mm²; 0,25 hm²; $\frac{1}{8}$ km²; 3,1 ha; 5 ari.
3. Transformați în m³: 0,02 dam³; 10,8 dm³; 4 cm³; 0,0009 km³; $3 \cdot 10^7$ mm³; 0,01 hm³; 340 l; $\frac{1937}{2}$ ml
4. Transformați în l: 0,4 dal; 20,5 dl; 750 ml; 0,08 kl; $6 \cdot 10^5$ cl; 0,05 m³; 168 dm³; $\frac{1}{10^{10}}$ km³; 450 cm³.
5. Transformați în kg: 0,15 t; 508 g; 3 q; $1,7 \cdot 10^6$ mg; 357,6 cg; 288 hg; 0,4 dag; 0,4 dg; $100 \frac{1}{2}$ g.
6. Transformați în s: 7 min; 1h 3min; 3h 10min 45s; $\frac{3}{4}$ min; $\frac{1}{10}$ h; $\frac{1}{5}$ min; $\frac{7}{50}$ h.
7. Un teren dreptunghiular are lungimea 0,4 km și lățimea 5000 cm. Calculați: a) Perimetrul terenului și exprimați-l în m și în km; b) Aria terenului și exprimați-o în m², ari, ha.
8. O grădină are forma unui pătrat cu perimetrul $\frac{48}{5}$ m. Aflați aria grădinii, în m², ari, ha.
9. Câți litri de apă încap într-un rezervor în formă de cub cu muchia 2 m, dacă se umple $\frac{3}{4}$ din volum?
10. O statuie cântărește 3,5 t. Exprimați masa în miligrame, folosind puterile lui 10.
11. Am călătorit cu trenul de la ora 7⁴⁵ la ora 22⁰⁹, iar $\frac{1}{3}$ din această durată am dormit. Cât timp am stat treaz?
12. Un acvariu are forma unui paralelipiped dreptunghic, cu dimensiunile L=60 cm, l=400 mm, h=0,45 m. Câți peștișori pot fi ținuți în acest acvariu, dacă pentru fiecare peștișor trebuie asigurați 6 l apă?
13. Un obiect de aur are forma unui cub și costă 550 lei. Cât ar costa un obiect de aur având forma unui cub cu muchia de două ori mai mare decât primul?
14. Pardoseala unei bucătării este un dreptunghi cu lungimea 3,6 m și lățimea 2,7 m. Trebuie acoperită cu plăci de gresie, o placă având forma unui pătrat cu latura 30 cm. Câte plăci sunt necesare?
15. Câte zile au fost în intervalul de timp 12 noiembrie 2011 – 12 martie 2012 ?
16. Vinul dintr-un butoi cu capacitatea 180 l se toarnă în butelii de 750 ml. Câte butelii se vor umple?
17. Pentru un teren agricol A, având formă dreptunghiulară, s-au plătit într-un an 350 lei impozit. Câți lei se plătesc impozit pentru un teren dreptunghiular B ce are dimensiunile triple față de ale lui A?
18. Benone a confecționat din tablă un rezervor cubic, având muchia de 25 cm. a) Cât cântărește rezervorul, dacă 1 m² de tablă cântărește 0,250 kg? b) Câți litri de lichid încap în rezervor?
19. Bristena a umplut de la un robinet în 2 min 15 s o găleată de 15 l. În cât timp s-ar umple o sticlă ce are capacitatea 25 cl ?
20. Cei 24 de elevi ai unei clase au media masei corporale 0,054 t. Dacă se calculează media masei corporale împreună cu Stela, diriginta clasei, se obține 55 kg. Cât cântărește diriginta Stela?

Triunghiul

1. În ΔDEM , având $m(\angle EDM)=62^\circ$ și $m(\angle EMD)=75^\circ$, perpendiculara în E pe EM taie DM în G, iar perpendiculara în M pe EF taie DE în H. Calculați $m(\angle EGD)$ și $m(\angle EHM)$
2. Se consideră ΔATC obtuzunghic isoscel, având vârful A. Distanța de la A la TC este egală cu distanța de la A la înălțimea din T. Calculați măsurile unghiurilor triunghiului ATC.
3. În ΔENP dreptunghic, având catetele $[EN]$ și $[EP]$, bisectoarea unghiului $\angle NEP$ și perpendiculara în N pe EN sunt concurente în Q. Demonstrați că $[EN]=[NQ]$.
4. Punctul I este centrul cercului înscris în ΔRES . Știind că $m(\angle EIR)=120^\circ$ și $m(\angle ERI)=20^\circ$, calculați măsurile unghiurilor triunghiului RES.
5. Construiți ΔALC isoscel, având vârful C, $AL=5$ cm, $m(\angle C)=30^\circ$. Puneți în evidență un punct D, astfel încât $[CL]$ să fie mediană în ΔADC .
6. În ΔABO isoscel, având $m(\angle B)=160^\circ$, perpendiculara în B pe AB intersectează AO în E. Aflați $m(\angle AEB)$.
7. Se consideră ΔGBC , având $m(\angle CBG)=66^\circ$ și $m(\angle BGC)=52^\circ$. Pe paralela prin G la BC se iau punctele D și E, astfel încât G este între D și E. Calculați măsurile lui $\angle CGD$ și $\angle BGE$ în cele două situații posibile.
8. În $\Delta A_1A_2A_3$, înălțimile duse din A_2 și din A_3 sunt concurente în H. Știind că $m(\angle A_2)=50^\circ$, iar $m(\angle A_3)=74^\circ$, aflați: a) $m(\angle A_2HA_3)$; b) $m(\angle A_1A_3H)$.
9. În ΔKBL , având $m(\angle K)=27^\circ$, $m(\angle L)=33^\circ$, KD este înălțime, $D \in BL$. Perpendiculara în K pe AD și perpendiculara din B pe KL se intersectează în E. a) Calculați măsurile unghiurilor triunghiului KBE.; b) Dacă dreptele KD și BE sunt concurente în T, ce reprezintă T pentru ΔKBL ?
10. Fie ΔSEF isoscel, în care $m(\angle E)+m(\angle F)=48^\circ$. Ducem dreapta d paralelă prin F la SE și notăm A piciorul perpendicularei din E pe d. a) Calculați $m(\angle FEA)$; b) Demonstrați că FE este bisectoarea unghiului $\angle SFA$.
11. În ΔXYZ , având $m(\angle ZYX)=50^\circ$ și $m(\angle YXZ)=70^\circ$ se notează D piciorul înălțimii din X. a) Calculați $m(\angle ZXD)$; b) Paralela prin Z la XY și dreapta XD sunt concurente în E. Calculați $m(\angle ZEX)$.
12. În ΔHEF , având $m(\angle EHF)=64^\circ$ și $m(\angle EFH)=48^\circ$, punctul $M \in [HF]$, astfel încât $\angle HEM \equiv \angle MEF$.
a) Aflați $m(\angle MEF)$; b) Dacă $MA \parallel HE$, $A \in HE$, calculați măsurile unghiurilor triunghiului AME ;
c) Demonstrați că $[AM] \equiv [EA]$; d) Aflați valoarea de adevăr a propoziției "A este mijlocul lui $[HE]$ " .
13. Triunghiul ABC este isoscel cu vârful B, $m(\angle CAB)=75^\circ$, iar D este mijlocul lui $[AC]$. a) Calculați $m(\angle ABD)$; b) Dacă DQ este înălțime în ΔBAD , $Q \in AB$, aflați , $m(\angle BDQ)$; d) Demonstrați că punctul D este egal depărtat de laturile unghiului $\angle CBA$.
14. Fie ΔAQR echilateral și punctul $S \in QR$, astfel încât $Q \in [SR]$, $[SQ] \equiv [QR]$. a) Demonstrați că $SA \perp AR$;
b) Completați : în triunghiul ASR, $[AQ]$ este..... ; c) Paralela prin R la AS intersectează dreapta AQ în punctul M. Demonstrați că $QM=AQ$.
15. În ΔADC dreptunghic, având ipotenuza $[AC]$, se prelungește mediana $[AM]$ cu segmentul $[ME] \equiv [AM]$.
a) Arătați că $\Delta DME \equiv \Delta CMA$; b) Demonstrați că $DE \parallel AC$; c) Demonstrați că $EC \perp DC$.

Rapoarte, proporții, procente

1. Aflați două numere raționale care au suma 27 și raportul $\frac{4}{5}$.
2. Stabiliți dacă se poate forma o proporție cu termenii 9; 25; 50; 18.
3. Rezolvați ecuațiile: a) $\frac{10}{n} = \frac{5}{3}$; b) $\frac{15}{x+3} = \frac{3}{7}$; c) $\frac{a-4}{a+8} = \frac{1}{7}$; d) $\frac{4y-3}{3} = \frac{3y+6}{5}$; e) $\frac{25-x}{4} = x$
4. Dacă o ciocolată de 90 g costă 5 lei, cât ar trebui să coste o ciocolată de 75 g?
5. Știind că $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, calculați: a) $\frac{4a+2b}{3a+b}$; b) $\frac{a^2+2b^2}{2a^2+b^2}$; c) $\frac{a^2-b^2}{6ab}$
6. Un om are atâta fân cât să ajungă 90 de zile pentru 4 cai. Dacă ar avea un cal în plus, cât timp le-ar ajunge (cailor ☺!) acea cantitate de fân?
7. Aflați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că sunt direct proporționale cu 7; 12; 17.
8. Știind că raportul dintre diferența și suma a două numere este $\frac{1}{7}$, aflați raportul celor două numere.
9. Un motociclist ar ajunge la destinație în 3 ore, dacă ar merge cu viteza de 96 km/h. Dacă ar vrea să ajungă la destinație în 2 ore și jumătate, ce viteză ar trebui să aibă?
10. Se scrie o cifră în dreapta lui 2014. Care este probabilitatea ca numărul obținut să fie divizibil cu 3?
11. Benone ar termina de cosit în grădina în 8 ore. Pădărușii ar termina de cosit aceeași grădina în 10 ore. Dacă ar cosi împreună, în cât timp ar termina?
12. Într-o turmă sunt 180 miei și 210 oi. Cât la sută din turmă reprezintă oile?
13. O lucrare ar putea fi terminată în 45 de zile de către 12 muncitori. În primele 18 zile au lucrat numai 9 muncitori. Câți muncitori trebuie să mai vină, astfel încât lucrarea să fie terminată la timp?
14. Să se împartă numărul 36 în două părți invers proporționale cu 4 și 5.
15. După o scumpire cu 10%, o ciocolată costă 1,65 lei. Cât costa înainte de scumpire?
16. O persoană nu-și amintește în întregime un număr de telefon format din 6 cifre. Totuși, își amintește că primele 4 cifre sunt '7201' și că una și doar una din ultimele două cifre este 5. Care este probabilitatea ca, dintr-o singură încercare, să nimerescă numărul corect?
17. Două robinete identice ar umple un bazin în 45 de minute. După ce au funcționat împreună 15 minute, un robinet a fost oprit. Cât timp trebuie să mai curgă celălalt robinet pentru a umple bazinul?
18. Într-o cutie se află 17 bile verzi, 25 albe și 33 negre. Se extrage una, fără a privi. Aflați probabilitatea ca bila extrasă să nu fie albă.
19. Uleiul dintr-un butoi a fost consumat în trei zile, astfel: în prima zi 25% din conținut, a doua zi o zecime din conținut, iar a treia zi restul de 130 litri. Câți litri erau inițial?
20. Un leu poate mânca $\frac{1}{3}$ dintr-o antilopă în 12 ore. În cât timp ar putea să mănânce $\frac{1}{2}$ din antilopă?
21. După o ieftinire cu 15%, urmată de o scumpire cu 15%, un bilet costă 3,91 RON. Cât a costat înainte?
22. Dacă ar lucra împreună, Bebe, Aubert și Coco ar săpa un șanț în 16 ore. Au început să sape la ora 6 dimineața, iar la ora 10 a venit să-i ajute Benone. La ce oră va fi terminat de săpat șanțul?
23. Cât la sută din pătratele perfecte de două cifre se divid cu 4?

Numere întregi

1. Se consideră mulțimea $A = \left\{ 2; \frac{3}{5}; -8; +7; 0; 2,3; 0,(7) \right\}$. Efectuați $A \cap \mathbb{N}$; $A \cap \mathbb{Z}$; $A - \mathbb{Z}$; $A - \mathbb{N}$.
2. Efectuați: a) $(-4-7) \cdot [(-2)^3 - 18 : (-6) + (-3)^2]$; b) $[(-3^2 + 8)] \cdot (-2) - [(-1)^0 - (-4 \cdot 3) + 35 : (-7) - (+3)^3]$
3. Eliminați parantezele în următoarele exerciții: a) $-\{a-[b-(c-d)]\}$ b) $8+[x-(y+z)]$; c) $-\{m+[-n-(+p)]\}$
4. Știind că $4(a-b-1)-(3a-5b+14)=-6$, calculați suma $a+b$.
5. Câte numere negative conține mulțimea $M = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x\}$?
6. Aflați modulul celui mai mare număr întreg negativ, format din trei cifre diferite.
7. Aflați valoarea logică a propoziției ‘ Dacă $-(4a-2b)+7=(-3a+3b+7)$, atunci $|a| = |b|$ ‘.
8. Fie numerele $x=7-(2-y)$, $y=-6+(-z+4)$, $z=3-[(21-28)-(35-44)+(-31)]$. Comparați x și y .
9. Fie egalitatea $(a-B)-(c+D-e)=-[A-(b+C-d+E)]$. Treceți termeni dintr-un membru în altul astfel ca:
 - a. În membrul stâng să fie numai litere mici și în membrul drept numai litere mari;
 - b. În membrul stâng să fie numai vocale, iar în membrul drept numai consoane.
10. Știind că $a-(b+8)=-14+(-b+9)$ aflați a .
11. Comparați numerele: a) $(-6)^{22}$ și $(+3)^{33}$; b) -9^{18} și $(-4)^{27}$; c) $(-56)^{75}$ și $(-41)^{88}$; d) $(-8)^{27}$ și $(-16)^{21}$.
12. Aflați numerele întregi x și y , dacă $|x-(y+25)| + |x+(-31+y)| = 0$
13. Fie $A = \{n \in \mathbb{Z} / -4 \leq n < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} / |x| \leq 3\}$, $C = \{y \in \mathbb{N} / |y-1| < 2\}$. Să se determine $A \cup (B-C)$.
14. Ce trebuie scăzut din $a-b+6$ pentru a obține $a+b-2$?
15. Găsiți patru numere întregi consecutive care au suma -2 .
16. Stabiliți semnul numărului $(300-1^2) \cdot (300-2^2) \cdot (300-3^2) \cdot \dots \cdot (300-30^2)$.
17. Aflați toate perechile de numere $a, b \in \mathbb{Z}$ care verifică egalitatea $(a-3)(5-2b) = 8$.
18. Calculați: a) $|25^{12} - 5^{23}|$; b) $|13^{22} - 169^{12}|$; c) $|-1-7^{13}|$; d) $|8^{12} - 4^{17}| + |16^9 - 32^8|$.
19. Găsiți un număr întreg care este cu 2014 mai mare decât opusul lui.
20. Fie numărul $a = 20^{21} - 30^{14}$. Demonstrați că: a) $a > 0$; b) a nu este pătrat perfect.
21. Calculați sumele: a) $-1+2-3+4-\dots-2013+2014$; b) $1-2-3+4-5-6+\dots+91-92-93$.
22. Rezolvați în \mathbb{Z} ecuațiile: a) $|x-5|=1$; b) $|3y-4|=10$; c) $|7-|2n-1||=16$.
23. Știind că $5 - [-a + (3 - b - c) - (4 + a)] = |-27| - (3 - a)$, aflați media aritmetică a numerelor a, b, c
24. Știind că $p, n \in \mathbb{N}$, găsiți valoarea minimă și cea maximă a numărului $5 \cdot (-1)^n - 7 \cdot (-1)^p + 12 \cdot (-1)^{n+p}$.
25. Aflați cele mai mari numere întregi a, b, c, d, e care verifică relația $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot e$.

Numere raționale

1. Se consideră mulțimea $A = \left\{ 9, \frac{4}{7}, -2 + \frac{1}{3}, 0, -1, 2, (4) \right\}$. Efectuați $A \cap \mathbf{N}$; $A \cap \mathbf{Z}$; $A \cap \mathbf{Q}$; $A - \mathbf{N}$; $A - \mathbf{Z}$; $A - \mathbf{Q}$.
 2. Aflați valoarea logică a propozițiilor: a) $5 \in \mathbf{Q}$; b) $-\frac{3}{2}$ nu este rațional; c) $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$; d) $-3 \notin \mathbf{Q}$; e) $\mathbf{Q} - \mathbf{Z} = \mathbf{N}$.
 3. Efectuați: a) $\left(-\frac{3}{10} - \frac{1}{15}\right) \cdot \left[(-\frac{1}{2})^3 - 1,8 : (-0,06)\right] - [-1,41(6)]^2$; b) $[(-2,5^2 + 1,5^2)^2 - \frac{18}{1:7-11:14}] \cdot \left(\frac{8}{25}\right)^7 : \left(\frac{16}{125}\right)^5$
 4. Știind că $3^{-1} - \frac{x}{2} = 1$, calculați: a) opusul lui x ; b) $|x|$; c) $\frac{(-2)^2}{x} + (-1)^{-3}$.
 5. Câte numere pozitive conține mulțimea $M = \left\{ x \in \mathbf{N} / \frac{12}{11-2x} \in \mathbf{Q} \right\}$? Dar mulțimea $P = \left\{ y \in \mathbf{Z} / \frac{12}{11-2y} \in \mathbf{N} \right\}$?
 6. Comparați: a) $-3,6$ și $-3,09$; b) $-\frac{3}{28}$ și $-\frac{5}{42}$; c) $|-2,43(4)|$ și $|-2,4(34)|$; d) $(-32)^{-25}$ și $(-64)^{-21}$.
 7. Explicați de ce: a) $\frac{-37+9}{-37+111:3} \notin \mathbf{Q}$; b) $3,131131113\dots \notin \mathbf{Q}$; c) $5,266266266\dots \in \mathbf{Q}$.
 8. Calculați media aritmetică a numerelor $-\frac{24}{36}$; $\left| +\frac{35}{42} \right|$; $\left(-\frac{26}{65}\right)^{-2}$.
 9. Știind că $\frac{a}{44} - \frac{b}{33} = \frac{a-b}{66}$, calculați raportul numerelor a și b .
 10. De câte ori este mai mare pătratul lui $-1,5$ decât valoarea absolută a lui $-0,001$?
 11. Scrieți cel puțin trei elemente ale mulțimii $A = \left\{ x \in \mathbf{Q} - \mathbf{Z} / \frac{4x-5}{2} \in \mathbf{N} \right\}$.
 12. Rezolvați în \mathbf{Q} ecuațiile: a) $\frac{3x-10}{5} = x$; b) $\frac{4a-1}{20} + \frac{-a+3}{30} = \frac{1-2a}{40}$; c) $\left| \frac{2n-3}{2} \right| = 0, (6)$; d) $(2y)^{-1} + 10^{-1} = 0$.
 13. Împărțind -6 la triplul unui număr necunoscut se obține $1,5$. Aflați numărul necunoscut.
 14. Cu ce număr trebuie înmulțit $\frac{135}{81}$ pentru a obține $\frac{25}{-6}$?
 15. În tabelul de mai jos sunt notele obținute de elevii unei clase la un test:
- | | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|---|----|
| Nota | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nr. elevi | 2 | 3 | 3 | 4 | 7 | 4 | ? |
- Media clasei este $7,24$. Câți elevi sunt în clasă?
16. Scrieți cel puțin două numere raționale mai mari decât -1 , dar mai mici decât $-\frac{2012}{2013}$.
 17. a) Aflați cel mai mic $n \in \mathbf{N}$ pentru care $\left(\frac{7}{4}\right)^n \geq 10$; b) Stabiliți dacă $\left[\left(\frac{7}{4}\right)^1 - 10\right] \cdot \left[\left(\frac{7}{4}\right)^2 - 10\right] \cdot \dots \cdot \left[\left(\frac{7}{4}\right)^{100} - 10\right] > 0$
 18. Puneți în ordine crescătoare numerele $\left(\frac{9}{8}\right)^{12}$; $\left(\frac{8}{9}\right)^{11}$; $\left(\frac{8}{9}\right)^{12}$; $\left(\frac{9}{8}\right)^{11}$; 1 .
 19. Aflați toate numerele $a \in \mathbf{Z}$ care verifică inegalitatea $-\frac{7}{9} < \frac{a}{6} < \frac{7}{12}$.
 20. Știind că $\frac{x}{y} = -2$ și $\frac{y}{z} = 2^{-1}$, calculați: a) $\frac{3x-2y+z}{x+3y-2z}$; b) $\frac{x^3+y^3+z^3}{6xyz}$; c) cât la sută din $y+z$ este y ?
 21. Demonstrați că suma, diferența și produsul a două numere raționale sunt numere raționale.
 22. Fie suma $r = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{80} + \dots + \frac{1}{9800}$. a) Câți termeni are suma? b) Arătați că $0,24 < r < 0,25$.
 23. Aflați cinci numere raționale care au suma 56 , dacă primele trei sunt direct proporționale cu $7; 9; 2$, iar ultimele trei sunt invers proporționale cu $6; 2; 3$.

Patrulatere

1. Calculați măsurile unghiurilor paralelogramului ABCD, având $m(\angle BDC)=30^\circ$ și $[AB]=[BD]$.
2. Aflați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că sunt direct proporționale cu 1; 3; 5; 6.
3. În dreptunghiul DEFG notăm O intersecția diagonalelor. Știind că distanța de la O la DE este egală cu un sfert din GE, calculați $m(\angle GOF)$.
4. Paralelogramul ABCD are $AB=14$ cm, $BD=18$ cm, iar M este mijlocul lui $[BC]$. Notăm $AM \cap BD=\{N\}$ și $AM \cap CD=\{P\}$. Calculați DP și BN.
5. Se notează E, F, G, H mijloacele laturilor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ ale patrulaterului oarecare ABCD. Arătați că $\angle GHE=\angle GFE$.
6. În trapezul isoscel ABCD, $AD \parallel BC$, $AD=11$ cm, $BC=5$ cm, $m(\angle DCB)=120^\circ$ notăm E și F punctele de intersecție a liniei mijlocii MN cu $[BD]$, respectiv $[AC]$. Calculați: a) MN; b) perimetrul trapezului; c) EF; d) Dacă T este piciorul perpendicularei din B pe AD, arătați că ATEF este paralelogram.
7. Un romb are o diagonală egală cu 25% din perimetru. Aflați măsurile unghiurilor rombului.
8. Latura $[AB]$ a pătratului ABCD se prelungește cu segmentul $[BE]$, astfel încât $[AE]=[BD]$ și $B \in [AE]$. Calculați $m(\angle ECB)$.
9. ABCD și AEFG sunt pătrate astfel încât $G \in [AB]$ și $A \in [DE]$. Demonstrați că: a) $AC \parallel GE$; b) $EG \perp BD$; c) $DG \perp BE$.
10. În dreptunghiul ABCD construim $AE \perp BD$, $E \in BD$ și $CF \perp BD$, $F \in BD$. Demonstrați că $[CE]=[AF]$.
11. În triunghiul dreptunghic ABC, $m(\angle C)=90^\circ$, notăm O centrul cercului circumscris și G centrul de greutate. Demonstrați că $AB=6 \cdot GO$.
12. Un trapez isoscel are diagonalele perpendiculare, iar bazele au lungimile a și b . a) Calculați înălțimea trapezului; b) Demonstrați că mijloacele laturilor trapezului sunt vârfurile unui pătrat.
13. În triunghiul ABC, $[AD]$ este mediană, $D \in BC$. Se ia punctul $E \in (AD)$ astfel încât $[DE]=[AD]$. a) Arătați că $AC \parallel BE$; b) Demonstrați că în orice triunghi mediana este mai mică decât media aritmetică a lungimilor laturilor care au un vârf comun cu mediana.
14. În patrulaterul PQRS, $\angle P$ este medie aritmetică a celorlalte trei unghiuri, iar $\angle Q$ este medie aritmetică a unghiurilor $\angle R$ și $\angle S$. Demonstrați că $PS \parallel QR$.
15. În paralelogramul ABCD distanțele de la C la AB și la AD sunt egale. Demonstrați că ABCD este romb.
16. Trapezul ABCD are $AD=2 \cdot AB=2 \cdot BC=2 \cdot CD$. Calculați măsurile unghiurilor trapezului.
17. Notăm E punctul de concurență a bisectoarelor unghiurilor $\angle A$ și $\angle D$ ale unui paralelogram ABCD, iar F mijlocul laturii $[AD]$. Arătați că $EF \parallel CD$.
18. În trapezul isoscel ABCD, având $AB \parallel CD$, $AB=13$ cm, $CD=9$ cm, $AD=BC=7$ cm, bisectoarele unghiurilor $\angle A$ și $\angle B$ taie linia mijlocie în E și F. a) Calculați EF; b) Demonstrați că $DE \perp AE$.
19. Pe laturile $[BC]$ și $[CD]$ ale pătratului ABCD se iau punctele E, respectiv F, astfel încât $[BE]=[CF]$. Arătați că patrulaterul AEFD este ortodiagonal (adică are diagonalele perpendiculare).
20. Prin vârful C al paralelogramului ABCD se duce, în exterior, o dreaptă a . Paralelele prin B și D la AC intersecționează dreapta a în punctele E, respectiv F. Demonstrați că $BE+DF=AC$.

Numere reale

- Se consideră mulțimea $T = \left\{ -\frac{1}{3}; 3; -3\sqrt{3}; \frac{1}{3}; 0,3; -3,(3) \right\}$. Efectuați $T \cap \mathbb{N}$; $T \cap \mathbb{Q}$; $T \cap \mathbb{R}$; $T - \mathbb{Q}$; $T - \mathbb{Z}$; $T - \mathbb{R}$.
- Aflați valoarea logică a propozițiilor: a) $2 \in \mathbb{R}$; b) $-\frac{6}{5}$ este irațional; c) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$; d) $-3 \notin \mathbb{R} - \mathbb{Q}$; e) $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$
- Efectuați: a) $(-6\sqrt{5} + 8\sqrt{5}) \cdot 3\sqrt{5}$; b) $(\sqrt{7}^2 - (2\sqrt{3})^2) - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-2} \cdot (-2)$; c) $\sqrt{7 + \sqrt{10 - \sqrt{36}}}$; d) $\left[\frac{6}{\sqrt{10}} + (\sqrt{10})^3 \right] \cdot \sqrt{10}$
- Știind că $\sqrt{5} + \frac{n}{2^{-1}} = 0$, calculați: a) opusul lui n ; b) $|n|$; c) $\frac{(-1)^5}{n} + (-\sqrt{5})^{-1}$; d) n^2 .
- Calculați: a) $\sqrt{254016}$; b) $\sqrt{17,0569}$; c) $\sqrt{93}$, cu aproximație de o sutime prin lipsă; d) $\sqrt{3^{14} \cdot 7^8}$; e) $\sqrt{10^{-10}}$.
- Comparați: a) $4\sqrt{3}$ și 7 ; b) $\frac{3}{\sqrt{6}}$ și $\frac{5}{\sqrt{10}}$; c) $|\sqrt{3} + 1|$ și $|\sqrt{3} - 1|$; d) $(-2\sqrt{3})^{-3}$ și $(-\sqrt{18})^{-1}$.
- Aflați partea întreagă și partea fracționară a numerelor: a) $2,75$; b) $\frac{4}{5}$; c) $-1,8$; d) 6 ; e) $-\frac{1}{4}$
- Calculați media aritmetică a numerelor $2\sqrt{24}$; $|-3\sqrt{54}|$; $\sqrt{216}$.
- Verificați dacă numărul $-2\sqrt{3}$ este sau nu soluție a ecuației $x^3 - 4x^2 + 3x + 6 \cdot (5\sqrt{3} + 8) = 0$.
- Știind că $\sqrt{7}$ este număr irațional, demonstrați prin reducere la absurd că $\frac{2\sqrt{7}-3}{1-3\sqrt{7}}$ este număr irațional.
- Calculați media ponderată a numerelor 5; 8; 12, având respectiv ponderile 11; 4; 10.
- Scrieți cel puțin două elemente ale mulțimii $K = \left\{ x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} / \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2} \right\}$.
- Rezolvați în \mathbb{R} ecuațiile: a) $\frac{x\sqrt{2}-1}{5} = -3$; b) $\frac{n-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{50}}{10}$; c) $\left| \frac{2y-1}{\sqrt{3}} \right| = \sqrt{27}$; d) $\sqrt{63^{-1}} - (a\sqrt{7})^{-1} = 0$.
- Înmulțim cu 9 jumătatea unui număr. Rădăcina pătrată a rezultatului este 6. Aflați numărul.
- La ce număr trebuie împărțit $\frac{3\sqrt{15}}{5}$ pentru a obține $\frac{3}{-\sqrt{1500}}$?
- Demonstrați că următoarele numere sunt iraționale: a) $\sqrt{86013}$; b) $\sqrt{53226}$; c) $\sqrt{83064}$; d) $\sqrt{6^{39}}$.
- Calculați media geometrică a numerelor: a) 2 și 32; b) 153 și 68; c) $\frac{2013}{\sqrt{6}}$ și $\frac{2013}{\sqrt{150}}$; d) $(-7)^{24}$ și 49^{-11}
- Se dau numerele $a = \sqrt{(4 - \sqrt{17})^2}$ și $b = |5 - \sqrt{17}|$. Calculați $a + b$ și $a - b$.
- Calculând media geometrică dintre 45 și un număr necunoscut se obține 90. Aflați numărul.
- Într-un sistem de axe se consideră punctele $A(-2;5)$, $B(6;5)$ și $C(-2; -3)$. Calculați aria ΔABC .
- Într-un vas se toarnă 3 l apă cu temperatura 80°C și 7 l apă cu temperatura 50°C . Ce temperatură are amestecul obținut?
- Aflați cele mai mici numere $m, n \in \mathbb{N}^*$ pentru care: a) $\sqrt{234+m} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{234 \cdot n} \in \mathbb{N}$.
- Găsiți două numere reale care au suma $10\sqrt{14}$ și raportul 1,5.
- Fie mulțimea $A = \{\sqrt{16}, \sqrt{26}, \sqrt{36}, \dots, \sqrt{996}\}$. Câte numere iraționale se află în mulțimea A?
- Calculați suma $S = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{5}}{\sqrt{20}} + \dots + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{\sqrt{9900}}$.

Calcul algebric

1. Efectuați: a) $(3n-7)^2$; b) $(4a-3)(4a+3)$; c) $(1+2c)^2$; d) $(3x-2)(4x-3)$; e) $(y^2-3y+4)(2y-3)$
2. Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor $(\sqrt{3}-2)^2$ și $7+\sqrt{48}$.
3. Raționalizați numitorii și simplificați: a) $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; b) $\frac{6}{\sqrt{10}+1}$; c) $\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{5}-\sqrt{10}}$; d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
4. Știind că $a+b=3\sqrt{6}$ și $ab=12$, calculați a^2+b^2 .
5. Demonstrați că numărul $4^n+3\cdot 2^{n+1}+9$ este pătrat perfect pentru orice $n\in\mathbb{N}$.
6. Comparați numerele: a) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ și $\frac{6}{\sqrt{3}+1}$; b) $\frac{3-\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-\sqrt{6}}$ și $\frac{4-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}-3}$; c) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2$ și $|2\sqrt{14}-9|$.
7. Știind că $2a+\frac{3}{a}=2$, calculați $4a^2+\frac{9}{a^2}$ și $16a^4+\frac{81}{a^4}$.
8. Demonstrați că numărul $n=2013^2-100$ nu este prim.
9. Verificați dacă numărul $3\sqrt{2}-1$ este sau nu soluție a ecuației $3x^2+6x=52$.
10. Știind că $x^2-y^2=15$ și $x+y=5$, calculați $(x-y)^2$.
11. La ce număr trebuie împărțit $6-\sqrt{15}$ pentru a obține $6+\sqrt{15}$?
12. Descompuneți în factori expresiile: a) $3x^2-xy$; b) $(a-3)^2+2(a-3)$; c) $4\cdot(n-2)^5-3\cdot(n-2)^4$.
13. Rezolvați în \mathbb{R} ecuațiile: a) $(x-5)^2=(x+3)\cdot(x-3)$; b) $\frac{n-\sqrt{2}}{n+\sqrt{2}}=\sqrt{2}$; c) $(k-\sqrt{6}-\sqrt{2})^2=(k-\sqrt{6})\cdot(k-\sqrt{2})$
14. Efectuați: a) $\sqrt{14-6\sqrt{5}}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}$; b) $\sqrt{11+20\sqrt{10}}-\sqrt{13-4\sqrt{10}}+\sqrt{22-4\sqrt{10}}$
15. Descompuneți în factori expresiile: a) $9x^2-y^2$; b) $(2a-1)^2-(a-5)^2$; c) $9c^2+4-12c$
16. Demonstrați că numărul $t=\sqrt{222333^2+444667}$ este număr rațional.
17. Descompuneți în factori expresiile: a) x^3+x^2+4x+4 ; b) $9y^3+9y^2-25y-25$; c) a^2-a-12
18. Arătați că ecuația $x\sqrt{15-6\sqrt{6}}=2\sqrt{6}-6$ are soluție în \mathbb{Q} .
19. Laturile a, b, c ale unui triunghi verifică relația $a^2+b^2+c^2+200=4\cdot(3a+4b+5c)$. Demonstrați că triunghiul este dreptunghic.
20. Aflați valoarea minimă a expresiilor: a) $(3x-8)^2+7$; b) $x^2-12x+39$; c) $49x^2+28x+3$
21. Găsiți toate perechile de numere $x, y\in\mathbb{R}$ pentru care $9x^2+y^2=[3(x-y)-5]\cdot 2$.
22. Scrieți numărul $p=2013^4+4$ ca produs de două numere naturale diferite de 1.
23. a) Calculați $(4x-3)^2$; b) Demonstrați că ecuația $16x^2+11=24x$ nu are soluții reale.
24. Găsiți toate numerele $n\in\mathbb{Z}$ pentru care n^3+3n^2+n+3 este număr prim.
25. Aflați perechile $a, b\in\mathbb{Q}$ pentru care $a(3+\sqrt{3})-2b(\sqrt{3}-2)-5(\sqrt{3}+2)=0$.

Asemănare și relații metrice

1. Știind că $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $BC=12$ cm, $EF=18$ cm, $DF=15$ cm, calculați AC și raportul de asemănare.
2. Un triunghi dreptunghic are ipotenuza 25 m și o catetă 15 m. Calculați: a) perimetrul triunghiului; b) înălțimea corespunzătoare ipotenuzei.
3. Un triunghi echilateral are perimetrul 36 cm. Calculați înălțimea triunghiului.
4. Pe laturile $[AC]$ și $[BC]$ ale unui $\triangle ABC$ se iau punctele D și E , astfel încât $CD=BE=6$ cm, $AD=4$ cm, $BC=15$ cm. Demonstrați că $DE \parallel AB$.
5. Un dreptunghi are o latură 10 m și diagonala 26 cm. Calculați perimetrul dreptunghiului.
6. În trapezul isoscel $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD=10$ cm, $BC=4$ cm, $CD=5$ cm notăm E punctul de intersecție a diagonalelor. Calculați: a) înălțimea trapezului; b) lungimea unei diagonale; c) EA .
7. Un romb are o diagonală 10 cm, iar cealaltă $10\sqrt{3}$ cm. Aflați: a) măsurile unghiurilor rombului; b) perimetrul.
8. Un pătrat are lungimea diagonalei 8 cm. Calculați perimetrul pătratului.
9. Pe laturile $[KL]$ și $[KT]$ ale unui $\triangle KLT$ se iau punctele A și B , astfel încât $AB \parallel LT$. Știind că $LT=15$ cm, $KB=4$ cm, $BT=6$ cm, calculați AB .
10. În dreptunghiul $ABCD$, având $AB=40$ cm și $BC=30$ cm, construim $AE \perp BD$, $E \in BD$ și $CF \perp BD$, $F \in BD$. Calculați EF .
11. În $\triangle ABC$, $m(\angle C)=90^\circ$, $AB=15$ cm, $AC=9$ cm. Calculați: a) $\sin B$; b) $\cos B$; c) $\operatorname{tg} A$; d) $\operatorname{ctg} A$.
12. Rezolvați triunghiul dreptunghic care are un unghi cu măsura 60° , iar cateta opusă acestuia de 9 cm.
13. În triunghiul ABC , $AB=AC=10$ cm, $BC=16$ cm. a) calculați $\sin C$; b) $\triangle ABC$ este ascuțitunghic? c) calculați distanța de la punctul B la dreapta AC .
14. În patrulaterul $PQRS$, $\triangle QRS$ este echilateral de latură 6 cm, iar $\triangle PQS$ este dreptunghic isoscel, cu ipotenuza PQ . a) calculați PR ; b) demonstrați că SR și PQ sunt neparalele.
15. În paralelogramul $ABCD$, $m(\angle A)=60^\circ$, $AB=5$ cm, $AD=4$ cm. Aflați: a) distanțele de la B la CD și la AD ; b) lungimile diagonalelor paralelogramului.
16. Trapezul $ABCD$ are $AB \parallel CD$, $AB=12$ cm, $BC=9$ cm, $CD=8$ cm, $AD=6$ cm. Calculați perimetrul $\triangle ABM$, unde $\{M\}=BC \cap AD$.
17. Un $\triangle ABC$ are $AB=12$ cm, $AC=18$ cm, $BC=15$ cm. Fie $M \in [AB]$, astfel ca $\angle ACM \equiv \angle MCB$. Calculați BM .
18. Calculați măsurile unghiurilor unui triunghi, care are lungimile laturilor $\sqrt{6}$ cm, $3\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{24}$ cm.
19. În $\triangle ABC$, $m(\angle B)=90^\circ$, $BE \perp AC$, $E \in AC$, $AE=16$ cm, $EC=4$ cm. Calculați: a) BE ; b) AB ; c) BC .
20. Trapezul $ABCD$ are $AB \parallel CD$, $AB=20$ cm, $CD=15$ cm. Ducem $EF \parallel AB$, $E \in [AD]$, $F \in [BC]$, astfel încât $\frac{DE}{EA} = \frac{2}{3}$. Calculați EF .
21. Segmentele $[AB]$ și $[CD]$ se intersectează în punctul O , astfel încât $OA=6$ cm, $OB=9$ cm, $OC=10$ cm, $OD=15$ cm. Stabiliți dacă $ACBD$ este trapez.
22. Un trapez are lungimile bazelor 10 cm și 30 cm. Calculați lungimea segmentului dus paralel cu bazele prin punctul de intersecție a diagonalelor.

Cercul și poligoane regulate

1. Vârful unui pătrat cu latura 9 cm se află pe un cerc. Ce lungime are diametrul cercului?
2. Un Δ dreptunghic are lungimile catetelor 15 m și 8 m. Calculați raza cercului circumscris triunghiului.
3. Un triunghi echilateral are perimetrul 54 cm. Calculați lungimea apotemei triunghiului.
4. Un capac de tablă are forma unui cerc cu raza 40 cm. Calculați aria capacului și circumferința acestuia (rezultatele se cer cu o zecimală exactă).
5. Într-un cerc $C(O; 13 \text{ cm})$ o coardă are lungimea 24 cm. Aflați distanța de la centrul cercului la coardă.
6. Raza cercului circumscris unui hexagon regulat este 20 cm. Calculați lungimea apotemei hexagonului.
7. Pe un cerc se iau punctele A,B,C,D, în această ordine, astfel încât $m(\widehat{AB})=80^\circ$, $m(\widehat{BC})=120^\circ$, $m(\widehat{CD})=50^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului ABCD.
8. Calculați lungimea unui arc de cerc cu măsura 72° , dacă raza cercului este 15 cm.
9. În patrulaterul MNPQ, $QM \perp MN$ și $NP \perp PQ$. Demonstrați că punctele M, N, P, Q sunt conciclice.
10. Dreptunghiul ABCD are $BC=6 \text{ cm}$ și $\text{tg}(\angle ACD)=0,75$. Calculați raza cercului ce conține vârfurile A,B,C,D.
11. Calculați măsura unghiului unui poligon regulat care are 45 de vârfuri.
12. Calculați raza cercului înscris într-un triunghi ce are lungimile laturilor 18 cm, 30 cm, 24 cm.
13. Într-un cerc se consideră o coardă [AB] cu lungimea 12 cm. Perpendiculara prin mijlocul M al lui [AB] intersectează cercul în punctele C și D. Știind că $MD=2 \text{ cm}$, calculați raza cercului.
14. Pe un cerc se iau punctele A și B, astfel încât $m(\widehat{AB})=70^\circ$. Calculați măsura unghiului format de dreapta AB cu tangenta în A la cerc.
15. O pizza mică rotundă, cu diametrul 24 cm, costă 10 lei. O pizza rotundă mare, de aceeași calitate cu prima, are diametrul 48 cm și costă 36 lei. Pe care din ele este mai avantajos să o cumpărăm?
16. Un ΔABC are $AB=4\sqrt{3} \text{ cm}$, $BC=8 \text{ cm}$, $AC=4 \text{ cm}$. Mediatoarea laturii [AC] taie cercul circumscris triunghiului ABC în punctele M și N. Calculați $m(\angle MBA)$ și $m(\angle NBA)$.
17. Fie A un punct exterior unui cerc $C(O; r)$, astfel încât $AO=2r$. Notăm T_1, T_2 punctele de tangență cu cercul ale tangentelor duse din A la cerc. Calculați $m(\angle T_1OT_2)$.
18. Roata unei biciclete are diametrul 80 cm. De câte ori se învâрте roata pe distanța de 1,5 km?
19. Patrulaterul ABCD are vârfurile pe un cerc. Demonstrați că: a) \widehat{A} și \widehat{C} sunt suplementare; b) $\angle BAC \equiv \angle CDB$.
20. Două cercuri, având razele 20 cm și 5 cm, sunt tangente exterioare. Calculați lungimea unui segment tangent simultan celor două cercuri.
21. Laturile unui patrulater ABCD sunt tangente unui cerc. Dacă $BC+AD=31 \text{ cm}$, aflați perimetrul lui ABCD.
22. Stabiliți dacă un poligon regulat poate avea măsura unui unghi $176^\circ 24'$.
23. Două cercuri sunt tangente interioare. Unul are lungimea $64\pi \text{ cm}$, iar celălalt are aria $64\pi \text{ cm}^2$. Calculați distanța dintre centrele celor două cercuri.
24. Câte diagonale are un dodecagon regulat? (dodecagonul este poligonul cu 12 laturi).
25. ΔABC are $m(\angle B)=60^\circ$ și $AC=10 \text{ cm}$. Notăm D punctul diametral opus lui A în cercul circumscris triunghiului ABC. a) comparați $\angle ABC$ și $\angle ADC$; b) arătați că $\angle ACD$ este drept; c) calculați raza cercului.

Arii

1. Un teren dreptunghiular are o latură 36 m și diagonala 39 cm. Calculați aria terenului.
2. Un triunghi dreptunghic are ipotenuza 20 m și o catetă 12 m. Calculați: a) aria triunghiului; b) înălțimea corespunzătoare ipotenuzei.
3. Un triunghi echilateral are perimetrul 24 cm. Calculați aria triunghiului.
4. Un paralelogram are o latură 9 cm, alta 6 cm, iar măsura unui unghi 30° . Calculați aria paralelogramului.
5. Un cerc are diametrul 14 cm. Calculați aria acestui cerc (a discului).
6. În trapezul isoscel ABCD, $AD \parallel BC$, $AD=17$ cm, $BC=5$ cm, $CD=10$ cm. Calculați aria trapezului.
7. Un romb are o diagonală 6 cm, iar cealaltă 3 cm. Aflați: a) aria rombului; b) perimetrul rombului.
8. Un pătrat are lungimea diagonalei 1 km. Calculați aria pătratului, în km^2 , ari și hectare.
9. În $\triangle ABC$, $AB=12$ cm, $AC=16$ cm și distanța de la C la AB este 8 cm. Aflați distanța de la B la AC.
10. Calculați aria unui romb care are latura 4 cm și măsura unui unghi 45° .
11. Un triunghi echilateral are apotema 2 m. Calculați aria triunghiului.
12. $\triangle ABC$ și $\triangle MNP$ sunt asemenea. $AC=12$ cm, $MP=8$ cm, iar $A_{ABC}=36$ cm^2 . Calculați A_{MNP} .
13. În triunghiul ABC, $AB=AC=10$ m, $BC=12$ m. Calculați: a) A_{ABC} ; b) lungimea înălțimii din B; c) $\sin \widehat{BAC}$.
14. În patrulaterul ABCD, $\triangle ADB$ este echilateral, $AD=8$ cm, $CD \perp BD$, iar $\cos \widehat{DCB}=0,6$. Aflați A_{ABCD} .
15. În $\triangle DEF$ isoscel, $m(\angle E)=120^\circ$, $DE=6$ cm, iar DM este mediană, $M \in [EF]$. Calculați aria $\triangle DEM$.
16. Calculați aria regiunii situate între două cercuri concentrice, razele fiind 11 cm, respectiv 10 cm.
17. Pătratul FRAG are latura 16 cm. Se ia un punct $I \in [AR]$, astfel încât $IR=6$ cm. Calculați: a) distanța de la punctul G la dreapta IF; b) distanța de la punctul A la dreapta IF.
18. Calculați aria unui triunghi care are lungimile laturilor 45 cm, 53 cm, 28 cm.
19. Un triunghi are două unghiuri cu măsura 15° și două laturi cu lungimea 2 cm. Aflați aria triunghiului.
20. Două cercuri au razele egale cu 8 cm, iar distanța dintre centrele lor este 8 cm. Calculați aria zonei comune celor două cercuri.
21. Un triunghi are lungimile laturilor 9 cm, 10 cm, 13 cm. Calculați: a) aria; b) lungimile înălțimilor.
22. Un trapez dreptunghic ABCD are lungimile bazelor $AB=20$ cm și $CD=12$ cm, $m(\angle D)=90^\circ$, iar $BC=10$ cm. Calculați: a) aria trapezului; b) distanța de la punctul A la BC; c) distanța de la punctul D la BC.
23. Calculați aria unui hexagon regulat, cunoscând că suma lungimilor tuturor diagonalelor este $24(1+\sqrt{3})$ cm.
24. Un $\triangle ABC$ isoscel are $AB=AC=5$ cm și $BC=6$ cm. La ce distanță de bază trebuie construit un segment paralel cu aceasta, pentru a împărți triunghiul în două figuri cu arii egale?
25. Calculați aria unui trapez ABCD care are lungimile bazelor $AB=24$ cm și $CD=3$ cm, iar lungimile laturilor neoparalele $BC=17$ cm și $AD=10$ cm.