

Gradul didactic II

Metodica predării matematicii
Varianta 2

1. Se consideră polinomul

$$P(X) = (X^3 + X + 1)^{1000} + X \in \mathbb{R}[X].$$

a) Demonstrați că $P(X)$ este divizibil cu $X^3 + 1$. Propuneți o altă problemă ce se rezolvă în același mod. Rezolvați problema propusă și explicați în ce constă modificarea făcută.

b) Notăm cu $x_1, x_2, \dots, x_{3000}$ rădăcinile (complexe) ale polinomului $P(X)$. Calculați $x_1 + x_2 + \dots + x_{3000}$ și $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{3000}^2$.

c) Descrieți trei posibile dificultăți pe care le-ar putea avea elevii în rezolvarea problemelor propuse la punctele a) și b). Indicați modul în care ați putea interveni, pentru a-i ajuta pe elevi să depășească aceste dificultăți.

2. Fie funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ cu $f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$.

a) Să se studieze derivabilitatea funcției f . Comentați din punct de vedere metodic studiul derivabilității.

b) Să se determine punctele de extrem și imaginea funcției f . Explicați din punct de vedere metodic de ce se poate sau nu se poate aplica Teorema lui Fermat punctelor de extrem obținute.

c) Să se determine aria domeniului mărginit de graficul funcției f , axa Ox și dreptele $x = -2$, $x = 2$. Faceți câteva comentarii din punct de vedere metodic privind modul de determinare al ariei.

3. a) Să se arate că în orice triunghi sunt adevărate formulele $S = p \cdot r$ și $S = (p-c) \cdot \rho$, unde r este raza cercului înscris iar ρ este raza cercului exînscriș corespunzător unghiului C . Să se deducă relația $\frac{r}{\rho} = \operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2}$.

b) Fie ABC un triunghi și M un punct situat în interiorul segmentului $[AB]$. Să se arate că $\frac{r}{\rho} = \frac{r_1}{\rho_1} \cdot \frac{r_2}{\rho_2}$, unde r, r_1, r_2 sunt razele cercurilor înscrise iar ρ, ρ_1, ρ_2 sunt razele cercurilor exînscrișe (corespunzătoare unghiurilor $\angle ACB, \angle ACM, \angle MCB$), triunghiurilor ABC, ACM și CMB . Descrieți din punct de vedere metodic cum predați sau introduceți la clasă o noțiune ce apare la punctele a) și b) (de exemplu: ariile figurilor poligonale, funcțiile trigonometrice, cercul, etc).

c) Să se enunțe și să se demonstreze un rezultat ce generalizează problema de la punctul b). Dați un alt exemplu ce apare în geometria de liceu sau gimnaziu, prin care se poate arăta trecerea de la particular la general.

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.