

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numărul real x pentru care numerele 2, $x+2$ și 10 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** 2. Determinați valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 10$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 - 2x) = 3$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie par.
- 5p** 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = (a-2)\vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt opuși.
- 5p** 6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB = 4$, $AC = 5$ și $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det B$.
- 5p** b) Arătați că $AB = BA$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B + xA) = 1$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4(x + y - 5)$.
- 5p** a) Calculați $4 * 5$.
- 5p** b) Arătați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2014$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 5p** b) Arătați că $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(-1, 1)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^e f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^e x^3 f(x) dx = \frac{3e^4 + 1}{16}$.
- 5p** c) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică M_{st-nat}

Barem de evaluare și de notare

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$x + 2 = \frac{2+10}{2}$ $x = 4$	3p 2p
2.	$\Delta = 44$ Valoarea minimă a funcției f este egală cu $-\frac{\Delta}{4a} = -11$	2p 3p
3.	$x^2 - 2x - 8 = 0$ $x_1 = -2$ și $x_2 = 4$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 45 de numere pare de două cifre, deci sunt 45 de cazuri favorabile Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$	2p 1p 2p
5.	$\vec{u} = -\vec{v} \Leftrightarrow a - 2 = -3$ $a = -1$	3p 2p
6.	$\cos A = \frac{16 + 25 - 36}{2 \cdot 4 \cdot 5} =$ $= \frac{1}{8}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 1 - 0 - 0 =$ $= -1$	3p 2p
b)	$AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $BA = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow AB = BA$	2p 3p
c)	$\det(B + xA) = \begin{vmatrix} 0 & x & 1 \\ x & 1 & x \\ 1 & x & 0 \end{vmatrix} = 2x^2 - 1$ $2x^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow x_1 = -1$ și $x_2 = 1$	3p 2p
2.a)	$4 * 5 = 4 \cdot 5 - 4(4 + 5 - 5) =$ $= 4$	3p 2p

b)	$x * y = xy - 4x - 4y + 16 + 4 =$ $= x(y - 4) - 4(y - 4) + 4 = (x - 4)(y - 4) + 4$ pentru orice numere reale x și y	2p 3p
c)	$x * 4 = 4 * x = 4$ pentru orice număr real x $1 * 2 * 3 * \dots * 2014 = (1 * 2 * 3) * 4 * (5 * \dots * 2014) = 4 * (5 * \dots * 2014) = 4$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} =$ $= 1$	2p 3p
b)	$f'(x) = \frac{(x^2 - 3)' \cdot (x^2 + 3) - (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)'}{(x^2 + 3)^2} =$ $= \frac{2x(x^2 + 3) - 2x(x^2 - 3)}{(x^2 + 3)^2} = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}, x \in \mathbb{R}$	2p 3p
c)	$f''(x) = \frac{36(1 - x^2)}{(x^2 + 3)^3}, x \in \mathbb{R}$ $f''(x) > 0$ pentru orice $x \in (-1, 1) \Rightarrow f$ este convexă pe intervalul $(-1, 1)$	3p 2p
2.a)	$\int_1^e f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big _1^e =$ $= \frac{1}{2} (f^2(e) - f^2(1)) = \frac{1}{2}$	3p 2p
b)	$\int_1^e x^3 f(x) dx = \int_1^e \left(\frac{x^4}{4} \right)' \ln x dx = \frac{x^4}{4} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x} dx =$ $= \frac{e^4}{4} - \frac{x^4}{16} \Big _1^e = \frac{3e^4 + 1}{16}$	2p 3p
c)	$\mathcal{A} = \int_1^e f(x) dx = \int_1^e \ln x dx = (x \ln x - x) \Big _1^e =$ $= (e \ln e - e) - (\ln 1 - 1) = 1$	3p 2p