

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} = 3$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1$  cu axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x+1} = 3^2$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 8.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(3,1)$  și  $C(3,3)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.
- 5p** 6. Determinați lungimea laturii  $AB$  a triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , știind că  $BC = 10$  și  $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr întreg.
- 5p** a) Arătați că  $\det B = -5$ .
- 5p** b) Arătați că  $\det A \neq 0$  pentru orice număr întreg  $a$ .
- 5p** c) Determinați numărul întreg  $a$  știind că inversa matricei  $A$  are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 5x - 5y + 30$ .
- 5p** a) Arătați că  $1 * 5 = 5$ .
- 5p** b) Arătați că  $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x * x = x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = 2x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$ .
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2 + \ln x + 2$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p** c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 1$  și  $x = 2$  are aria mai mică strict decât 4.

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$	3p
	$3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3$	2p
2.	$f(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$	3p
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 1$ și $y = 0$	2p
3.	$x + 1 = 2$	3p
	$x = 1$	2p
4.	Numerele naturale de o cifră, divizori ai lui 8, sunt 1, 2, 4 și 8, deci sunt 4 cazuri favorabile	2p
	Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	1p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p
5.	$AB = 2$	2p
	$BC = 2 \Rightarrow AB = BC$ , deci $\triangle ABC$ este isoscel	3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{AB}{10}$	2p
	$AB = 5$	3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 3 - 8 = -5$	3p
b)	$\det A = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 8$	3p
	$a \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3a - 8 \neq 0$	2p
c)	$A^{-1} = \frac{1}{3a - 8} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & a \end{pmatrix}$	3p
	$3a - 8 = -1 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$ nu este număr întreg	1p
	$3a - 8 = 1 \Rightarrow a = 3$ pentru care inversa matricei $A$ are toate elementele numere întregi	1p
2.a)	$1 * 5 = 1 \cdot 5 - 5 \cdot 1 - 5 \cdot 5 + 30$	3p
	$= -25 + 30 = 5$	2p
b)	$x * y = xy - 5x - 5y + 25 + 5 =$	2p
	$= x(y - 5) - 5(y - 5) + 5 = (x - 5)(y - 5) + 5$ pentru orice numere reale $x$ și $y$	3p
c)	$(x - 5)^2 + 5 = x \Leftrightarrow x^2 - 11x + 30 = 0$	3p
	$x_1 = 5$ și $x_2 = 6$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (x^2 - x)' =$ $= (x^2)' - x' = 2x - 1, x \in \mathbb{R}$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{x^2} =$ $= 1$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>c)</b>	$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ $f(1) = 0, f'(1) = 1, \text{ deci ecuația tangentei este } y = x - 1$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.a)</b>	$\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e =$ $= \ln e - \ln 1 = 1$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	$F'(x) = (x^2 + \ln x + 2)' = 2x + \frac{1}{x} =$ $= f(x) \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty), \text{ deci } F \text{ este o primitivă a funcției } f$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	$\mathcal{A} = \int_1^2  f(x)  dx = \int_1^2 \left(2x + \frac{1}{x}\right) dx = (x^2 + \ln x) \Big _1^2 = 3 + \ln 2$ $2 < e \Rightarrow \ln 2 < \ln e \Rightarrow 3 + \ln 2 < 3 + 1 \Rightarrow \mathcal{A} < 4$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>