Admitere * Universitatea Politehnica din Bucureşti 2010
Disciplina: Algebră şi Elemente de Analiză Matematică
Varianta A

1. Să se rezolve inecuaţia $3^{4-x} \leq 3^x$. **(5 pct.)**
   a) $\emptyset$; b) $x \in [2, \infty)$; c) $x \in \{-1, 1\}$; d) $x \in [0, 2]$; e) $x \in [-1, 1]$; f) $x \in \mathbb{R}$.
2. Coordonatele punctului de extrem al funcţiei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$ sunt: **(5 pct.)**
   a) $(\mathrm{e}, -\mathrm{e})$; b) $(\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}})$; c) $(1, -1)$; d) $(1, 0)$; e) $(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e})$; f) $(1, 1)$.
3. Fie $a_1, ..., a_{10}$ o progresie aritmetică cu $a_1 = 10$ şi raţia $r = -3$. Câţi termeni pozitivi are progresia? **(5 pct.)**
   a) 10; b) 2; c) 5; d) 6; e) 4; f) 3.
4. Valoarea expresiei $E = \mathrm{i}^5 + \mathrm{i}^7$ este: **(5 pct.)**
   a) i; b) $2\mathrm{i}$; c) 1; d) $\mathrm{i} + 1$; e) $\mathrm{i} - 1$; f) 0.
5. Valoarea integralei $\int_0^1 (3x^2 - 2x)dx$ este: **(5 pct.)**
   a) 0; b) -1; c) 1; d) 2; e) -2; f) $\frac{1}{2}$.
6. Derivata funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 1)\mathrm{e}^x$ este: **(5 pct.)**
   a) $x^2\mathrm{e}^x$; b) e^x; c) $(x + 2)\mathrm{e}^x$; d) $(x + 1)\mathrm{e}^x$; e) 0; f) $x\mathrm{e}^x$.
7. Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} mx + 1, & x < 1 \\ x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$ este continuă pentru: **(5 pct.)**
   a) $m = 1$; b) $m = 2$; c) $m = -1$; d) $m = -2$; e) $m = \frac{1}{2}$; f) $m = 0$.
8. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & a \end{vmatrix} = 0$. **(5 pct.)**
   a) $a \in [-1, 1]$; b) $a = 3$; c) $a = -1$; d) $a = 2$; e) $a = -2$; f) $a = 0$.
9. Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$. **(5 pct.)**
   a) 3; b) 2; c) -1; d) 1; e) ∞; f) 0.
10. Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Atunci matricea $B = A^2 - A$ este: **(5 pct.)**
    a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$; c) 0_2; d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$.
11. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $x^2 - mx + 4 = 0$ să admită soluţie dublă. **(5 pct.)**
    a) $m \in [-4, 4]$; b) $m = 0$; c) $m \in \mathbb{R}$; d) $m \in \{-4, 4\}$; e) $m \in \{-2, 2\}$; f) $m = 5$.
12. Câte perechi distincte $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ de numere întregi verifică inegalitatea $x^2 + y^2 \leq 5$? **(5 pct.)**
    a) 19; b) 11; c) 8; d) 20; e) 21; f) 13.
13. Să se calculeze $x - \frac{1}{x}$ pentru $x = \frac{1}{2}$. **(5 pct.)**
    a) $-\frac{1}{2}$; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) $-\frac{3}{2}$; e) -1; f) $\frac{3}{2}$.
14. Să se scrie în ordine crescătoare numerele $2, \pi, \sqrt{3}$. **(5 pct.)**
    a) $\pi, 2, \sqrt{3}$; b) $\sqrt{3}, \pi, 2$; c) $2, \sqrt{3}, \pi$; d) $\sqrt{3}, 2, \pi$; e) $\pi, \sqrt{3}, 2$; f) $2, \pi, \sqrt{3}$.
15. Să se determine domeniul maxim de definiţie D al funcţiei $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2x + 6}$. **(5 pct.)**
    a) $[3, \infty)$; b) $[0, \infty)$; c) $(-\infty, -4]$; d) $[-3, 3]$; e) $\mathbb{R}$; f) $[-3, \infty)$.
16. Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2$, unde x_1, x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - 4x + 3 = 0$. **(5 pct.)**
    a) 0; b) 10; c) 12; d) 8; e) 16; f) 9.

17. Valoarea limitei $l = \lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n})$ este: **(5 pct.)**

a) -1; b) limita nu există; c) 1; d) $-\infty$; e) ∞; f) 0.

18. Valoarea integralei $I = \int_0^1 \mathrm{e}^{-x^2} dx$ satisface inegalitatea: **(5 pct.)**

a) $I < \frac{1}{\mathrm{e}}$; b) $I < 0,1$; c) $I < \frac{\pi}{10}$; d) $I < 0$; e) $I < \frac{1}{3}$; f) $I < \frac{\pi}{4}$.