

1. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ . Să se calculeze  $f'(1)$ . (4 pct.)  
a)  $\frac{1}{2}$ ; b)  $-\frac{1}{4}$ ; c) 0; d)  $\frac{1}{4}$ ; e)  $-\frac{1}{2}$ ; f) 1.
2. Să se determine  $m, n \in \mathbb{R}$  astfel încât ecuația  $x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx - 10 = 0$  să admită soluția  $x_1 = i$ . (4 pct.)  
a)  $m = -10$ ,  $n = 3$ ; b)  $m = 1$ ,  $n = -1$ ; c)  $m = -9$ ,  $n = 3$ ; d)  $m = 0$ ,  $n = 0$ ; e)  $m = -3$ ,  $n = 10$ ; f)  $m = 3$ ,  $n = -10$ .
3. Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + m, & x \leq 1 \\ e^x - e, & x > 1 \end{cases}$  să fie continuă pe  $\mathbb{R}$ . (4 pct.)  
a)  $m = 3$ ; b)  $m = 1$ ; c)  $m = 4$ ; d)  $m = 0$ ; e) nu există; f)  $m = 3/2$ .
4. Să se rezolve inecuația  $\sqrt{x} < 1$ . (4 pct.)  
a)  $[0,1)$ ; b)  $(0,1)$ ; c)  $[0,1]$ ; d)  $(-1, 1)$ ; e) nu are soluții; f)  $[0, \infty)$ .
5. Dacă  $(a, b)$  este o soluție a sistemului de ecuații  $\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases}$ , atunci (4 pct.)  
a)  $a^2 + b^2 = 1$ ; b)  $a^2 + b^2 = 2$ ; c)  $a^2 + b^2 < 0$ ; d)  $a \neq b$ ; e)  $a^2 b^2 = 2$ ; f)  $a^2 + b^2 = 3$ .
6. Să se calculeze termenul al zecelea al progresiei aritmetice cu primul termen  $a_1 = 5$  și rația  $r = 2$ . (4 pct.)  
a) 10; b) 25; c) 23; d) 20; e) 30; f) 18.
7. Să se calculeze  $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx$ . (4 pct.)  
a)  $2 \ln 2$ ; b)  $\frac{\ln 3}{4}$ ; c)  $\frac{\ln 3}{2}$ ; d)  $3 \ln 2$ ; e)  $\ln 2$ ; f)  $\frac{\ln 2}{3}$ .
8. Soluțiile ecuației  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$  sunt (4 pct.)  
a)  $x_1 = 3$ ; b)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ ; c) nu există; d)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$ ; e)  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 3$ ; f)  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -3$ .  
Notând  $3^x = y$ , rezultă  $y > 0$  și înlocuind în relație obținem  $y^2 - 4y + 3 = 0$ . Soluțiile ecuației sunt  $y = 1$  și  $y = 3$ . Din  $3^x = 1$ , obținem  $x = 0$  și din  $3^x = 3$  rezultă  $x = 1$ ; deci  $x \in \{0, 1\}$ .
9. Expresia  $E = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ , are valoarea (4 pct.)  
a)  $3\sqrt{2}$ ; b)  $3\sqrt{3}$ ; c) 2; d)  $2\sqrt{2}$ ; e)  $2\sqrt{3}$ ; f) 3.
10. Fie ecuația  $x^2 - ax + 4 = 0$ , unde  $a \in \mathbb{R}$  este un parametru. Dacă soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației verifică egalitatea  $x_1 + x_2 = 5$ , atunci (4 pct.)  
a)  $x_1 = x_2$ ; b)  $a < 0$ ; c)  $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$ ; d)  $a = 0$ ; e)  $a = 5$ ; f)  $a = 4$ .
11. Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1})$ . (4 pct.)  
a)  $-\frac{1}{2}$ ; b)  $\frac{1}{2}$ ; c)  $\infty$ ; d) nu există; e) 1; f) -1.
12. Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = xy + 2ax + by$ . Să se determine relația dintre  $a$  și  $b$  astfel încât legea de compoziție să fie comutativă. (4 pct.)  
a)  $a - b = 2$ ; b)  $a = 2b$ ; c) nu există; d)  $a = b$ ; e)  $a = \frac{b}{2}$ ; f)  $a + b = 1$ .

13. Se consideră funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \int_x^{x+1} \frac{t^2}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}} dt$ . Decideți: **(6 pct.)**  
 a)  $f$  este impară; b)  $f$  are două puncte de extrem; c) graficul lui  $f$  admite o asimptotă oblică; d) graficul lui  $f$  admite o asimptotă orizontală; e)  $f(0) = 0$ ; f)  $f$  este convexă.
14. Să se calculeze limita șirului  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k(k+1)}{2x^{k-1}}$ , unde  $|x| > 1$ . **(6 pct.)**  
 a)  $\frac{x^3}{(x-1)^3}$ ; b)  $\frac{x}{x-1}$ ; c)  $\frac{1}{x}$ ; d)  $\frac{1}{x-1}$ ; e)  $\frac{x^2}{(x-1)^2}$ ; f)  $\infty$ .
15. Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^2 - 1}{x}$ . **(6 pct.)**  
 a)  $\infty$ ; b) 2; c) 1; d) nu există; e) -2; f)  $-\infty$ .
16. Să se calculeze valoarea minimă a funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 28x + 85} + \sqrt{4x^2 - 28x + 113}$ . **(8 pct.)**  
 a)  $14\sqrt{2}$ ; b) 20; c)  $12\sqrt{3}$ ; d) 19; e)  $9\sqrt{5}$ ; f)  $8\sqrt{6}$ .
17. Să se rezolve ecuația  $\begin{vmatrix} 2 & x & 0 \\ x & -1 & x \\ 2 & -5 & 4 \end{vmatrix} = 0$ . **(8 pct.)**  
 a)  $x_1 = 0, x_2 = 3$ ; b)  $x_1 = -5/2$ ; c)  $x_1 = 3$ ; d)  $x_1 = 0, x_2 = 4$ ; e)  $x_1 = 0$ ; f)  $x_1 = 1, x_2 = 4$ .
18. Fie  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) = z^2 + z + 1$ . Să se calculeze  $f\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)$ . **(8 pct.)**  
 a) -1; b) i; c)  $1 - i$ ; d)  $1 + i$ ; e)  $\sqrt{3}$ ; f) 0.