
Admitere * Universitatea Politehnica din Bucureşti 2003
Disciplina: Algebră și Elemente de Analiză Matematică

1. Fie curba de ecuație $y = 2x^3 + 4x$. Aflați $m \in \mathbb{R}$ știind că dreapta de ecuație $y = mx + 4$ este tangentă la curbă.
 - a) $m = 10$; b) $m = -1$; c) $m = 8$; d) $m = 2$; e) $m = 12$; f) $m = -6$.
2. Fie N numărul de soluții reale ale ecuației $2^x = x^2$. Decideți dacă:
 - a) $N = 0$; b) $N = 3$; c) ecuația are numai soluții întregi; d) $N = 4$; e) $N = 1$; f) $N = 2$.
3. Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_{x+3}^{2x+3} t\sqrt{t^3 + 9} dt$.
 - a) 14; b) ∞ ; c) 10; d) 20; e) 18; f) 0.
4. Fie $e_1 = (1, -1, 0)$ și $e_2 = (1, 1, 0)$. Să se precizeze pentru care din vectorii e_3 de mai jos, vectorii e_1, e_2, e_3 sunt liniar independenți în \mathbb{R}^3 .
 - a) $e_3 = (2, -2, 0)$; b) $e_3 = (-2, 2, 0)$; c) $e_3 = (0, 0, 1)$; d) $e_3 = (5, 5, 0)$;
 - e) $e_3 = (0, 0, 0)$; f) $e_3 = (2, 3, 0)$.
5. Soluțiile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 - 3x - 10 = 0$ satisfac condițiile
a) $x_1 = x_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C}$; b) $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; c) $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$;
d) $x_1 \in \mathbb{R}, x_2, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; e) $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; f) $x_1 = x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C}$.
6. Să se determine parametrul $m \in \mathbb{R}$ dacă graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
$$f(x) = x^3 - 2(m+1)x^2 + (m^2 + 2m + 2)x - 2m,$$
 intersectează axa Ox în trei puncte distințe.
 - a) $m \in (-\infty, -2 - 2\sqrt{2}) \cup (-2 + 2\sqrt{2}, \infty)$; b) $m \neq 1$;
 - c) $m \in (-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2})$;
 - d) $m \in (-\infty, -2 - 2\sqrt{2}) \cup (-2 + 2\sqrt{2}, 1) \cup (1, \infty)$;
 - e) nu există m ; f) $m \neq -2 + 2\sqrt{2}$.
7. Să se găsească $\mathbf{l} = \lim_{n \rightarrow \infty} (n + 2 - \sqrt{n^2 + n + 3})$.
 - a) $\mathbf{l} = -1$; b) nu există; c) $\mathbf{l} = \frac{3}{2}$; d) $\mathbf{l} = \infty$; e) $\mathbf{l} = 0$; f) $\mathbf{l} = 1$.
8. Primitivele $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ sunt
a) $x + \operatorname{tg} x + \mathbf{C}$; b) $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + \mathbf{C}$; c) $x + \operatorname{ctg} x + \mathbf{C}$; d) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \mathbf{C}$; e) $\frac{1}{\cos^2 x} + \mathbf{C}$; f) $\frac{1}{\sin^2 x} + \mathbf{C}$.
9. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x-1) + e^{x^2}$. Să se calculeze $f'(1)$.
 - a) 1; b) 0; c) e^2 ; d) 2e; e) e; f) $\frac{1}{e}$.
10. Să se rezolve inecuația $\frac{1-x}{x} > 0$.
 - a) $(0, 1)$; b) $(-1, 0)$; c) $[-1, 1]$; d) nu are soluții; e) $[0, 1)$; f) $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$.
11. Pe mulțimea \mathbb{R}^3 se definește legea de compoziție $(x_1, y_1, z_1) \star (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 \cdot z_2)$. Găsiți elementul neutru.
 - a) $(1, 0, 1)$; b) $(0, 1, 0)$; c) $(0, 1, 1)$; d) $(1, 1, 0)$; e) $(1, 0, 0)$; f) $(0, 0, 1)$.
12. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x > 0 \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$, este continuă dacă
a) $a = 1, b \in \mathbb{R}$; b) $a = -1, b = 2$; c) $a = 1, b = 2$; d) $a = 1, b > 1$;
e) $a = b = -1$; f) $a \in \mathbb{R}, b = 1$.
13. Să se determine o funcție polinomială P , de grad cel mult doi, care verifică condițiile $P(1) = 1$, $P'(1) = 0$, $P''(1) = 2$.
 - a) $-x^2 + 2x + 2$; b) $x^2 - 2x + 2$; c) $x^2 + x + 1$; d) $x^2 + x + 2$; e) $-x^2 + 2x$;
 - f) $-x^2 - 2x - 2$.

14. Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 + x^2 \cos x}$.

a) ∞ ; b) 0; c) 1; d) limita nu există; e) $\frac{1}{2}$; f) 2.

15. Să se rezolve inecuația $\ln e^x + xe^{\ln x} < 2$.

a) $x \in (0, 1)$; b) $x > 0$; c) nu are soluții; d) $x \in (0, e)$; e) $x \in (-2, 1)$; f) $x > 1$.

16. Suma numerelor naturale n ce satisfac inegalitatea $\left(1 + \frac{1}{n}\right) \cdot C_n^2 < 8$ este

a) 10; b) 6; c) 7; d) 5; e) 8; f) 9.

17. Matricea $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, cu $a \in \mathbb{R}$, este inversabilă pentru

a) $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$; b) $a \in \{-1, 0\}$; c) $a \in \mathbb{R}$; d) $a \neq 0$; e) $a \neq -1$; f) nu există.

18. Suma pătratelor soluțiilor ecuației $x^2 - 4x + 1 = 0$ este

a) 14; b) 12; c) -12; d) 16; e) 10; f) 4.