EXAMENUL NAŢIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂŢĂMÂNT
14 iulie 2014
Probă scrisă

Matematică

Varianta 1

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-4x+5$.

5p **a)** Arătaţi că $f(x)\geq 3$ pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinaţi soluţiile întregi ale inecuaţiei $(f\circ f)(x)\leq 35$.

2. În dreptunghiul $ABCD$, în care $BC<AB<2BC$, se consideră punctele $M\in(AB)$, $N\in(BC)$ şi $P\in(CD)$ astfel încât $AM=BC$ şi $BM=CN=DP$.

5p **a)** Arătaţi că triunghiurile ADP şi PCN sunt congruente.

5p **b)** Dreptele AN şi CM se intersectează în Q. Arătaţi că măsura unghiului AQM este egală cu $45°$.

3. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră funcţia $f_n:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\frac{\ln^n x}{x}$.

5p **a)** Calculaţi $\int_e^{e^2} f_1(x)\,dx$.

5p **b)** Arătaţi că $f_n(x)\leq\frac{n^n}{e^n}$ pentru orice $x\in(1,+\infty)$ şi orice număr natural nenul n.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Următoarea secvenţă face parte din programa şcolară de matematică pentru clasa a IX-a (3 ore).

Competenţe specifice	Conţinuturi
1. ***Recunoaşterea*** *unor corespondenţe care sunt şiruri, progresii aritmetice sau geometrice* 2. ***Calcularea*** *valorilor unor şiruri care modelează situaţii practice în scopul caracterizării acestora* 3. ***Alegerea*** *şi* ***utilizarea*** *unor modalităţi adecvate de calculare a elementelor unui şir* 4. ***Interpretarea*** *grafică a unor relaţii provenite din probleme practice* 5. ***Analizarea*** *datelor în vederea aplicării unor formule de recurenţă sau a raţionamentului de tip inductiv în rezolvarea problemelor* 6. ***Analizarea*** *şi* ***adaptarea*** *scrierii termenilor unui şir în funcţie de context*	***Şiruri*** • *Modalităţi de a descrie un şir; şiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii* • *Condiţia ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru* $n\geq 3$

(Programa şcolară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

Pentru o evaluare curentă a două dintre competenţele specifice precizate în secvenţa de mai sus, elaboraţi doi itemi: *un item de tip alegere multiplă* (cu un singur răspuns corect) şi *un item de tip rezolvare de probleme*.

În elaborarea itemilor se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- formatul fiecărui item elaborat în vederea evaluării competenţei specifice alese;
- răspunsul aşteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaboraţi;
- conţinutul ştiinţific al informaţiei de specialitate.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Învățarea: concept, condiții interne și condiții externe.

EXAMENUL NAŢIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂŢĂMÂNT
14 iulie 2014
Probă scrisă

Matematică

Varianta 1

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerinţelor, în limita punctajului maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**a)** $f(x)=2\left(x^2-2x+1\right)+3$	**2p**
	$f(x)=2(x-1)^2+3\geq 3$ pentru orice număr real x	**3p**
	b) $(f\circ f)(x)=2\left(f(x)-1\right)^2+3$	**2p**
	Cum $x\in\mathbb{Z}$ și $\left((x-1)^2+1\right)^2\leq 4$, soluţiile întregi ale inecuaţiei sunt 0, 1 și 2	**3p**
2.	**a)** $AD=AM$, $AM=PC$	**2p**
	$DP=CN$, deci triunghiurile dreptunghice ADP şi PCN sunt congruente	**3p**
	b) $\Delta ADP\equiv\Delta PCN\Rightarrow AP=PN$ şi $\sphericalangle DAP\equiv\sphericalangle CPN$	**1p**
	$m(\sphericalangle DPA)+m(\sphericalangle DAP)=90^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle DPA)+m(\sphericalangle CPN)=90^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle APN)=90^\circ$	**1p**
	ΔAPN este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle PAN)=45^\circ$	**1p**
	$AMCP$ este paralelogram $\Rightarrow AP\parallel MC\Rightarrow m(\sphericalangle AQM)=m(\sphericalangle PAQ)=45^\circ$	**2p**
3.	**a)** $\int_e^{e^2} f_1(x)\,dx=\int_e^{e^2}\frac{\ln x}{x}\,dx=\frac{1}{2}\ln^2 x\Big\vert_e^{e^2}=$	**3p**
	$=\frac{3}{2}$	**2p**
	b) $f_n'(x)=\frac{\ln^{n-1}x\,(n-\ln x)}{x^2}$	**2p**
	$f_n'(e^n)=0$, $f_n'(x)>0$ pentru orice $x\in(1,e^n)$ şi $f_n'(x)<0$ pentru orice $x\in(e^n,+\infty)$, deci $f_n(x)\leq f_n(e^n)\Rightarrow f_n(x)\leq\frac{n^n}{e^n}$ pentru orice $x\in(1,+\infty)$ şi orice număr natural nenul n	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

- câte 4 puncte pentru corectitudinea formatului fiecărui item elaborat 4px2=**8 puncte**
- câte 4 puncte pentru corectitudinea răspunsului aşteptat (barem de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaboraţi 4px2=**8 puncte**
- câte 7 puncte pentru corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate pentru fiecare item elaborat 7px2=**14 puncte**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

- conceptul de învățare **10 puncte**
- condiții interne ale învățării **10 puncte**
- condiții externe ale învățării **10 puncte**

Pentru prezentare parţială a fiecăruia dintre cele trei repere menţionate mai sus se acordă câte 6 puncte.