

Miercuri, 9 iulie 2014

Problema 4. Punctele P și Q se află pe latura (BC) a triunghiului ascuțitunghic ABC , astfel încât $\angle PAB = \angle BCA$ și $\angle CAQ = \angle ABC$. Punctele M și N se află pe dreptele AP , respectiv AQ , astfel încât P este mijlocul lui (AM) și Q este mijlocul lui (AN) . Demonstrați că dreptele BM și CN se intersectează pe cercul circumscris triunghiului ABC .

Problema 5. Banca „Cape Town” emite monede cu valoarea $\frac{1}{n}$, oricare ar fi numărul întreg strict pozitiv n . Dându-se o colecție finită de astfel de monede (nu neapărat de valori diferite), având valoarea totală cel mult $99 + \frac{1}{2}$, demonstrați că este posibil să împărțim această colecție în cel mult 100 de grupe, astfel încât fiecare grupă să aibă valoarea totală cel mult 1.

Problema 6. Spunem că o mulțime de drepte din plan este *în poziție generală* dacă ea nu conține nicio pereche de drepte paralele și niciun triplet de drepte concurente. O mulțime \mathcal{D} de drepte în poziție generală împarte planul în regiuni, unele având arie finită; le vom numi pe acestea *regiunile finite ale lui \mathcal{D}* . Demonstrați că, pentru orice n suficient de mare, în orice mulțime de n drepte în poziție generală putem colora cel puțin \sqrt{n} dintre drepte cu albastru, astfel încât niciuna dintre regiunile sale finite să nu aibă frontiera în întregime albastră.

Notă: Rezultate în care \sqrt{n} este înlocuit cu $c\sqrt{n}$ pot primi puncte, funcție de valoarea constantei c .