Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_mate-info*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numărul real x știind că numerele 2, 4 și $x+5$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **2.** Arătați că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+4$ este situată deasupra axei Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2-1}=2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 7.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,4)$ și $B(1,2)$. Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{OM}$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, calculați $\sin 2x$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 2x & 0\\ 0 & 4x+1 & 0\\ 0 & 3x & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+4xy)$ pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x, $x\neq-\frac{1}{4}$, pentru care matricea $A(x)$ este egală cu inversa ei.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2-4X+2a$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculați $f(0)$.

5p **b)** Determinați numărul real a știind că $1+i$ este rădăcină a polinomului f.

5p **c)** Pentru $a=3$, arătați că $x_1^3+x_2^3+x_3^3=-31$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2}{x-2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=4$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{x^3+1}dx$.

5p **a)** Arătați că $I_2=\frac{1}{3}\ln 2$.

5p **b)** Arătați că $I_{n+3}+I_n=\frac{1}{n+1}$ pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}I_n$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2\cdot(x+5)=4^2$	**2p**
	$x=3$	**3p**
2.	$\Delta=1-16=-15$	**2p**
	$a=1>0$ și $\Delta<0\Rightarrow$ parabola asociată funcției f este situată deasupra axei Ox	**3p**
3.	$x^2-1=8\Leftrightarrow x^2-9=0$	**3p**
	$x_1=-3$ și $x_2=3$	**2p**
4.	Sunt 7 numere de două cifre care au suma cifrelor egală cu 7, deci sunt 7 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{7}{90}$	**2p**
5.	$M(0,3)$	**2p**
	$OM=3$	**3p**
6.	$x=\dfrac{\pi}{6}$	**2p**
	$\sin 2x=\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(0))=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1+0+0-0-0-0=1$	**3p**
b)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1&2x&0\\0&4x+1&0\\0&3x&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2y&0\\0&4y+1&0\\0&3y&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2x+2y+8xy&0\\0&4x+4y+16xy+1&0\\0&3x+3y+12xy&1\end{pmatrix}$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&2(x+y+4xy)&0\\0&4(x+y+4xy)+1&0\\0&3(x+y+4xy)&1\end{pmatrix}=A(x+y+4xy)$ pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$A(x)\cdot A(x)=I_3\Rightarrow A\left(2x+4x^2\right)=A(0)\Rightarrow 2x+4x^2=0$	**3p**
	$x_1=0$ și $x_2=-\dfrac{1}{2}$	**2p**
2.a)	$f(0)=0^3+0^2-4\cdot 0+2a=$	**2p**
	$=2a$	**3p**
b)	$x_1=1+i\Rightarrow x_2=1-i$	**1p**
	$x_1+x_2+x_3=-1\Rightarrow x_3=-3$	**2p**
	$x_1x_2x_3=-2a\Rightarrow a=3$	**2p**

c)	$x_1^3+x_2^3+x_3^3=(1+i)^3+(1-i)^3+(-3)^3=$	**3p**
	$=(2i-2)+(-2i-2)-27=-31$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(x^2)'\cdot(x-2)-x^2\cdot(x-2)'}{(x-2)^2}=$	**2p**
	$=\dfrac{2x(x-2)-x^2}{(x-2)^2}=\dfrac{x(x-4)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$	**3p**
b)	$y-f(4)=f'(4)(x-4)$	**2p**
	$f(4)=8$, $f'(4)=0$, deci ecuația tangentei este $y=8$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=4$	**1p**
	$f'(x)\le 0$ pentru orice $x\in(2,4]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(2,4]$	**2p**
	$f'(x)\ge 0$ pentru orice $x\in[4,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[4,+\infty)$	**2p**
2.a)	$I_2=\displaystyle\int_0^1\frac{x^2}{x^3+1}dx=\frac{1}{3}\int_0^1\frac{3x^2}{x^3+1}dx=$	**2p**
	$=\dfrac{1}{3}\ln\left(x^3+1\right)\Big\vert_0^1=\dfrac{1}{3}\ln 2$	**3p**
b)	$I_{n+3}+I_n=\displaystyle\int_0^1\frac{x^{n+3}}{x^3+1}dx+\int_0^1\frac{x^n}{x^3+1}dx=\int_0^1\frac{x^n\left(x^3+1\right)}{x^3+1}dx=$	**3p**
	$=\displaystyle\int_0^1 x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}\Big\vert_0^1=\frac{1}{n+1}$ pentru orice număr natural nenul n	**2p**
c)	Pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ și $x\in[0,1]$ avem $x^n\ge 0,\ x^3+1>0\Rightarrow I_n\ge 0$	**2p**
	$I_{n+3}\ge 0$ și $I_{n+3}+I_n=\dfrac{1}{n+1}\Rightarrow 0\le I_n\le\dfrac{1}{n+1}\Rightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}I_n=0$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=2+i$. Calculați z^2.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m ştiind că punctul $M(m,1)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-3)=2$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu număr impar de elemente ale mulțimii $A=\{1, 2, 3, 4\}$.
5p	**5.** În dreptunghiul $ABCD$ se notează cu M mijlocul laturii AD. Arătaţi că $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{AB}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A. Arătați că $\sin B\cdot\cos C+\sin C\cdot\cos B=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculați $\det A$.
5p	**b)** Arătați că $A+A\cdot A=2014I_2$.
5p	**c)** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia matriceală $A\cdot X=2014\,I_2$.
	2. Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+mX-6$, unde m este număr real.
5p	**a)** Calculați $f(0)$.
5p	**b)** Arătați că $\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_1x_3}+\frac{1}{x_2x_3}=1$ ştiind că x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
5p	**c)** Determinați numărul real m știind că rădăcinile polinomului f sunt trei numere întregi consecutive.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(1-x)(1+x)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.
	2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_0^1\left(f(x)-\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}\right)dx=\ln 2$.
5p	**b)** Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este concavă pe intervalul $(-1,+\infty)$.
5p	**c)** Arătați că suprafaţa plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=n$, are aria mai mare sau egală cu $\ln 4$, pentru orice număr natural nenul n.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_şt-nat*

Barem de evaluare şi de notare

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z^2=(2+i)^2=4+4i+i^2=$	**3p**
	$=3+4i$	**2p**
2.	$f(m)=1$	**2p**
	$m-3=1\Leftrightarrow m=4$	**3p**
3.	$x-3=9$	**3p**
	$x=12$ care verifică ecuația	**2p**
4.	Numărul submulțimilor cu un număr impar de elemente ale unei mulțimi cu 4 elemente este egal cu $C_4^1+C_4^3=$	**3p**
	$=8$	**2p**
5.	$\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}$	**2p**
	$\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}\Rightarrow\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{AB}$	**3p**
6.	$\cos C=\sin B$, $\sin C=\cos B$	**2p**
	$\sin B\cdot\cos C+\sin C\cdot\cos B=\sin^2 B+\cos^2 B=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{vmatrix}=0\cdot(-1)-1\cdot 2014=$	**3p**
	$=-2014$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2014 & -2014\\ -1 & 2015\end{pmatrix}$	**3p**
	$A+A\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2014 & -2014\\ -1 & 2015\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2014 & 0\\ 0 & 2014\end{pmatrix}=2014I_2$	**2p**
c)	$A^{-1}=\dfrac{1}{2014}\begin{pmatrix}1 & 2014\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=2014A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 2014\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$f(0)=0^3-6\cdot 0^2+m\cdot 0-6=$	**2p**
	$=-6$	**3p**
b)	$x_1+x_2+x_3=6$, $x_1x_2x_3=6$	**2p**
	$\dfrac{1}{x_1x_2}+\dfrac{1}{x_1x_3}+\dfrac{1}{x_2x_3}=\dfrac{x_1+x_2+x_3}{x_1x_2x_3}=\dfrac{6}{6}=1$	**3p**
c)	f are rădăcinile $x_1=k-1$, $x_2=k$ și $x_3=k+1$ unde $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow x_1+x_2+x_3=3k\Rightarrow k=2$	**2p**
	$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=1\cdot 2+1\cdot 3+2\cdot 3\Rightarrow m=11$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{x'\left(x^2+1\right)-x\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**2p**
	$=\dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=\dfrac{(1-x)(1+x)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$y-f(1)=f'(1)(x-1)$	**2p**
	$f(1)=\dfrac{1}{2}$, $f'(1)=0$, deci ecuaţia tangentei este $y=\dfrac{1}{2}$	**3p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$ sau $x=-1$	**2p**
	$f'(x)<0$ pentru $x\in(-\infty,-1)$, $f'(x)>0$ pentru $x\in(-1,1)$, $f'(x)<0$ pentru $x\in(1,+\infty)$	**2p**
	Punctele de extrem sunt $x=-1$ și $x=1$	**1p**
2.a)	$\int\limits_0^1\left(f(x)-\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+3}\right)dx=\int\limits_0^1\dfrac{1}{x+1}dx=$	**2p**
	$=\ln(x+1)\Big\vert_0^1=\ln 2$	**3p**
b)	F este o primitivă a lui $f \Rightarrow F''(x)=f'(x)=-\dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{(x+2)^2}-\dfrac{1}{(x+3)^2}$	**2p**
	$F''(x)<0$ pentru orice $x\in(-1,+\infty)$, deci F este concavă pe $(-1,+\infty)$	**3p**
c)	$\mathcal{A}=\int\limits_0^n\lvert f(x)\rvert\,dx=\int\limits_0^n\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+3}\right)dx=\ln\left((x+1)(x+2)(x+3)\right)\Big\vert_0^n=$	**2p**
	$=\ln\dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6}$	**1p**
	$n\ge 1\Rightarrow(n+1)(n+2)(n+3)\ge 24\Rightarrow\mathcal{A}\ge\ln 4$ pentru orice număr natural nenul n	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=1$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4$ cu axa Oy.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x-1}=9$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 3.

5p **5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,1)$ şi $C(4,4)$. Arătaţi că $AB=BC$.

5p **6.** Determinați aria triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AB=6$ și $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătaţi că $\det A=0$.

5p **b)** Arătaţi că $A\cdot A=5A$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x și y pentru care $A+\begin{pmatrix}x&y\\y&-3\end{pmatrix}=I_2$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+xy$.

5p **a)** Arătaţi că $(-1)\circ 1=-1$.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y=(x+1)(y+1)-1$ pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+1)\circ(x-3)=4$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$.

5p **a)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=2$.

5p **b)** Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.

5p **c)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=3$, situat pe graficul funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(2x+1)\,dx=2$.

5p **b)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-2x-1$.

5p **c)** Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(1-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$	**3p**
	$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$	**2p**
2.	$f(0)=4$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=0$ și $y=4$	**2p**
3.	$3x-1=2$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Numerele naturale de o cifră mai mici sau egale cu 3 sunt $0, 1, 2$ și 3, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$	**2p**
5.	$AB=3$	**2p**
	$BC=3\Rightarrow AB=BC$	**3p**
6.	$AC=8$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{6\cdot 8}{2}=24$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1\cdot 4-2\cdot 2=0$	**3p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 10\\ 10 & 20\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=5\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}=5A$	**2p**
c)	$A+\begin{pmatrix}x & y\\ y & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & y\\ y & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+x & 2+y\\ 2+y & 1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}1+x & 2+y\\ 2+y & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=0,\ y=-2$	**2p**
2.a)	$(-1)\circ 1=-1+1+(-1)\cdot 1=$	**3p**
	$=0-1=-1$	**2p**
b)	$x\circ y=x+xy+y+1-1=$	**2p**
	$=x(y+1)+(y+1)-1=(x+1)(y+1)-1$ pentru orice numere reale x și y	**3p**

c)	$(x+2)(x-2)-1=4 \Leftrightarrow x^2-9=0$	**3p**
	$x_1=-3$ şi $x_2=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-1}{x-2}=$	**2p**
	$=\frac{3-1}{3-2}=2$	**3p**
b)	$f'(x)=\frac{(x-1)'(x-2)-(x-1)(x-2)'}{(x-2)^2}=$	**2p**
	$=\frac{x-2-x+1}{(x-2)^2}=-\frac{1}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$	**3p**
c)	$y-f(3)=f'(3)(x-3)$	**2p**
	$f(3)=2$, $f'(3)=-1$, deci ecuaţia tangentei este $y=-x+5$	**3p**
2.a)	$\int\limits_{-1}^{1}(2x+1)dx=\left(x^2+x\right)\Big\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
b)	$V=\pi\int\limits_0^1 g^2(x)dx=\pi\int\limits_0^1 x^4dx=$	**2p**
	$=\pi\frac{x^5}{5}\Big\vert_0^1=\frac{\pi}{5}$	**3p**
c)	F este o primitivă a funcţiei $f \Rightarrow F'(x)=f(x)$	**2p**
	$F'(x)=(x+1)^2\geq 0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci funcţia F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	**3p**