# Gradul de dificultate la examenele de la sfârşitul clasei a VIII-a 1933 – 2014

| Anul | Observaţii | Calcul numeric | Divizib. şi mulţimi | Calcul algebric | Ecuaţii şi sisteme | Probleme rezolvate prin ecuatii | Funcţii | Geometrie plană | Geometrie în spaţiu | Total | Itemi | Coef.de dificult. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1933 | Liceu militar | | | | | 9 | | 10,10 | | 29 | 3 | **9,66** |
| 1954 | | 7 | | | | 10 | | | | 17 | 2 | **8,50** |
| 1957 | Bucureşti | | | 9 | | 9 | | | | 18 | 2 | **9,00** |
| 1958 | Hunedoara | | | | | 9,10 | | | | 19 | 2 | **9,50** |
| 1959 | Craiova | 8 | | | | 9 | | | | 17 | 2 | **8,50** |
| 1960 | Bucureşti | 8 | | | | 9 | | | | 17 | 2 | **8,50** |
| 1961 | Braşov | 8 | | | | 9,8 | | | | 25 | 3 | **8,33** |
| 1962 | Constanţa | | | 9 | | 9 | | | | 18 | 2 | **9,00** |
| 1963 | Galaţi | 8 | | | | 8 | | | | 16 | 2 | **8,00** |
| 1965 | Bucureşti | 8 | | | | 10 | | | | 18 | 2 | **9,00** |
| 1966 | Bucureşti | | | 9 | | | | | 9,9 | 27 | 3 | **9,00** |
| 1967 | Bucureşti | 8 | | | | 10 | | | | 18 | 2 | **9,00** |
| 1968 | Bucureşti | | | 9,9 | | | | 9,9 | 8 | 44 | 5 | **8,80** |
| 1969 | Subiect unic | | | 9,8 | | | | 8,7 | | 32 | 4 | **8,00** |
| 1970 | Subiect unic | 8 | | 9,9 | | | | | | 26 | 3 | **8,66** |
| 1971 | Subiect unic | | | 9,9,4 | | | | 9,8,9 | 8 | 56 | 7 | **8,00** |
| 1976 | Timişoara | | | 9 | 6,7,9 | | | | 7,8,9,5,6,9 | 75 | 10 | **7,50** |
| 1977 | Bucureşti | | | 9,7 | 9,9,8 | 10 | | | 8,10 | 70 | 8 | **8,75** |
| 1978 | Matem.-fizică | | | 9,9,9 | 8,7,7 | | | | 7,8,8 | 72 | 9 | **8,00** |
| 1979 | Bucureşti | | | 9,8,7 | 9 | | 8 | | 9,8 | 58 | 7 | **8,28** |
| 1981 | Bucureşti | | | | 9 | 10 | | | 8,8 | 35 | 4 | **8,75** |
| 1982 | Bucureşti | | | 7,8,8 | 5,9 | | | | 7,8,8,9 | 69 | 9 | **7,66** |
| 1983 | Bucureşti | | | 7,9 | 7,6,9 | | | | 8,8 | 54 | 7 | **7,71** |
| 1984 | Bucureşti | | | 7 | 7,5,8 | | | | 7,7,8,10 | 59 | 8 | **7,37** |
| 1985 | Bucureşti | | | 7,8,10 | 7,4,7 | | | | 8,8,9 | 68 | 9 | **7,55** |
| 1986 | | | | 9,8,10 | 4,6,7 | | | | 8,9,9 | 67 | 9 | **7,44** |
| 1987 | | | | 3,8,10 | 6,7,8 | | | 10,9 | 9,10 | 80 | 10 | **8,00** |
| 1988 | | 6 | | 7,9,9 | 8,9 | | | | 7,8,9 | 72 | 9 | **8,00** |
| 1989 | | 4 | | 7,9,10 | 8 | | | 9 | 8,10,10 | 75 | 9 | **8,33** |
| 1990 | | 7 | | 9 | 9 | | 10 | 8 | 7,7,9,10 | 76 | 9 | **8,44** |
| 1991 | | 7 | | 9 | 7,9,8 | | 4,5 | | 7,8,9,8 | 81 | 11 | **7,36** |
| 1992 | | 5,8 | 9 | 8,9,8 | 4,8 | | 9 | 7 | 9,8,10 | 102 | 13 | **7,84** |
| 1993 | | 5,5 | | 8,8,9,8 | 6,7,5 | | | 6 | 4,7,9,10 | 97 | 14 | **6,92** |
| 1994 | | 5,7 | | | 8 | | 4 | 7,8 | | 39 | 6 | **6,50** |
| 1995 | | 5,7,7 | | 9,10 | 9 | | 7,3 | 7,6,8 | 8,9,8 | 103 | 14 | **7,35** |
| 1996 | septembrie | 1,2,6,7 | 8 | 9 | 8 | 7 | | 9 | 9,8,10,8 | 92 | 13 | **7,07** |
| 1998 | | 6,7,5,8 | | 8,9 | 9 | | 9 | 8,8,8 | 9,9 | 103 | 13 | **7,92** |
| 1999 | Capacitate | 3,3,4 | | 5 | 4 | 8 | 3,6,8 | 2,2 | 4,7,7,8,8 | 82 | 16 | **5,12** |
| 2000 | Capacitate | 6,4,4,6 | 6,9 | | | | | 2,4,5 | 5,8,9,9,10 | 87 | 14 | **6,21** |
| 2001 | Capacitate | 2,3,4 | 2 | | | 8,8 | 8,5,10 | 3,6,5 | 6,6,4,2,9,9,9 | 109 | 19 | **5,73** |
| 2002 | Capacitate | 2,5 | 4 | | | 6,8,7 | 5,6,10 | 2,6,5 | 8,10,9,5,5,4 | 107 | 15 | **7,13** |
| 2003 | Capacitate | 2,5,3 | 4 | 8,9,8,8 | 3 | 7,8 | | 4,7,5,5,6 | 5,5,1,9,8,8,10 | 138 | 23 | **6,00** |
| 2004 | Teste Naţionale | 1,2,3,4 | 4 | | 2 | 7,8 | 7,4,7,9 | 6,6,4,5,6 | 4,1,9,8,9,10 | 126 | 23 | **5,47** |
| 2005 | Teste Naţionale | 1,2,3 | 2,3,4 | | 3,4,4,8,9 | | 8,4,9 | 6,6,6 | 3,5,4,1,9,9,9 | 122 | 24 | **5,08** |
| 2006 | Teste Naţionale | 1,1,2,2,3,4 | 2,2,4 | | | 7,8 | 7,5,9 | 5,6,7 | 3,5,4,1,9,8,10 | 115 | 24 | **4,79** |
| 2007 | Teste Naţionale | 1,1,3 | 4,8 | 7,7,5,8,8 | | 8,8 | | 5,7,6 | 5,6,2,7,8,10 | 124 | 21 | **5,90** |
| 2008 | Teza unică sem.I | 3,2,6 | | 3,5,6,5,5,6,7,8 | 7,9 | | | | 1,5,4,1,8,7,10 | 112 | 20 | **5,60** |
| 2009 | Teza unică sem.II | | | 9 | 3,3,5,7,6,5,8 | | 4,6,6,4,9 | | 5,5,5,1,9,8,10 | 118 | 20 | **5,90** |
| 2010 | Eval. Naţională | 2,3 | 2,6 | 8 | | 8,6,8 | 4 | 5,7,8,9 | 5,2,5,5,7 | 100 | 18 | **5,55** |
| 2011 | Eval. Naţională | 2,4 | 4,3 | 8 | 6 | 8 | 4,6 | 4,6,7,8 | 5,2,4,7,9 | 97 | 18 | **5,38** |
| 2012 | Eval. Naţională | 2,3,7 | 4 | 9 | 5 | 8 | 4,6 | 6,7,10,2 | 4,5,7,8,2 | 99 | 18 | **5,50** |
| 2013 | Eval. Naţională | 1,5,3 | 1 | 7 | 4 | 6 | 4,3 | 2,6,7,6 | 4,2,2,5,8 | 88 | 18 | **4,88** |
| 2014 | Eval. Naţională | 2,5 | 4 | 7 | 5 | 4,8 | 3,3 | 4,2,7,8 | 3,2,5,7,9 | 91 | 18 | **5,05** |

Note:

1. Tabelul cuprinde indicii de dificultate ai itemilor, apreciaţi pe o scară de la 1 la 10
2 .În trecut, în materia pentru examen erau incluse teme care ulterior au dispărut, cum ar fi: polinoame, ecuaţia de gradul II, prisme şi piramide neregulate, trunchiul de piramidă, corpuri rotunde.
3. Subiectele complete pot fi consultate la adresa **http://sorinborodi.ro/examene.html**

Studiu comparativ al gradului de dificultate al subiectelor la matematica
la examenele de la finalul clasei a VIII-a

# Calcul numeric

http://sorinborodi.ro

1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

| Grad de dificultate al itemului | |
|---|---|
| 7 | 2. Să se efectueze: $\dfrac{1:4\frac{4}{11}+1\frac{13}{30}-3\frac{21}{49}:3}{14,4-9,45:0,9}+\frac{1}{16}:\left(38,75:77\frac{1}{2}\right).$ |
| 8 | 2. Să se calculeze: $0,125-\dfrac{5,25-2\frac{1}{2}\cdot\left(0,25+2\frac{1}{6}\right)-\sqrt{0,1024}}{1\frac{1}{12}-\frac{5}{12}}:4.$ |
| 8 | 2. Să se efectueze: $\dfrac{\left[7,25+11\frac{3}{4}-\left(3,092+9\frac{51}{125}\right)\right]:6\frac{1}{4}}{2\frac{6}{11}\cdot 0,275+0,315:\frac{3}{25}-1,7}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{0,0256}}.$ |
| 8 | 2. Să se efectueze: $\dfrac{\frac{4}{5}\cdot 1,25}{0,64-\frac{1}{25}}+\dfrac{\left(1,08-\frac{2}{25}\right):\frac{4}{7}}{\left(6\frac{5}{9}-3\frac{1}{4}\right)\cdot 2\frac{2}{17}}-1,2\cdot 0,5+\dfrac{7^2}{\sqrt{3\,600}}$ |
| 8 | 2. Să se calculeze: $\left(\dfrac{15\frac{3}{5}:10,4-73\frac{1}{11}:9\frac{3}{22}\cdot 0,0625}{1\frac{1}{11}:3\frac{7}{12}\cdot 5\frac{1}{60}}+3\frac{13}{21}\cdot 8,4-\sqrt{1183,36}:14\frac{1}{3}\right):28\frac{4}{7}$ |
| 8 | 2. Să se efectueze: $\dfrac{\left(3\frac{1}{2}-1\right):5+\left(5\frac{3}{4}-2\right):6+\left(4\frac{7}{9}-3\right):5\frac{1}{3}-\frac{11}{24}}{2\frac{1}{5}+\frac{1}{1\frac{1}{3}}-\sqrt{3,8025}}.$ |
| 8 | 2. Să se efectueze: $\dfrac{\left(3\frac{1}{2}-1\right):5+\left(5\frac{3}{4}-2\right):6+\left(4\frac{7}{9}-3\right):5\frac{1}{3}-\frac{11}{12}}{2\frac{1}{5}+\frac{1}{1\frac{1}{3}}-\sqrt{3,8025}}.$ |

8 1. O cooperativă agricolă de producție și-a repartizat suma de 1 060 000 lei astfel: pentru recuperarea de terenuri neproductive 30%; pentru mașini agricole de $1\frac{23}{30}$ ori mai puțin decît pentru aceste terenuri; pentru transporturi $\frac{2}{3}$ din suma alocată pentru procurarea de mașini; pentru administrația C.A.P. 0,375 din fondurile rezervate pentru mașini și transporturi; pentru îngrășăminte 90% din suma afectată pentru administrație, iar restul s-a repartizat invers proporțional cu fracțiile $\frac{6}{7}$ și $\frac{1}{3}$, respectiv pentru cercetări științifice și lucrări de interes social și cultural.

Se cere să se afle ce sume au fost acordate pentru: a) recuperarea de terenuri neproductive; b) mașini agricole; c) transporturi; d) administrație; e) îngrășăminte; f) cercetări științifice; g) lucrări de interes social și cultural.

6 1. Să se calculeze $A = 1,2 \cdot 10 + 0,88 \cdot 100$ și să se determine $x$ dacă $x^2 = A$.

4 1. Să se calculeze: $A = 1+2+3+4+5$; $B = 1-2+3-4+5$ și să se arate $\frac{A}{B}$ este intreg;

7 1. Să se calculeze: $A = 0,03 \cdot 10^2 + \sqrt{500} - \frac{50}{\sqrt{5}}$

7 1. Calculați:

$$(-0,5)^3 + (-1)^4 + \frac{5}{2}\sqrt{0,0025} - \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}\right) \cdot \sqrt{5}$$

*I* Calculați:

5 1. $\frac{3}{5} + \frac{3}{5} : \frac{6}{5} + \frac{1}{2}$

8 2. $2^{-1} : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 0,5 + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

1. Să se calculeze:

5 a) $(-4)^2 - (-2)^3 - 4^2$

5 b) $\frac{1}{5} - \frac{1}{5} : \frac{2}{3}$

5 1. Calculați: a) $\frac{16}{81} - \frac{16}{81} \cdot \frac{9}{4} : \frac{4}{9}$;

7 b) $0,006 \cdot (-10)^3 + \frac{33}{0,5} \cdot 10^{-1}$

I. 1) Să se calculeze:

5 a) $4 - 4 \cdot (-5) + 2 \cdot (-8)$

7 b) $\left[3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 1 : \frac{1}{3} + (0,5)^2\right] : 2\frac{1}{2}$

7 c) $\left[\frac{7}{2\sqrt{6}} - \frac{6}{\sqrt{24}} + \frac{5}{\sqrt{54}}\right] \cdot \left(\frac{13}{\sqrt{216}}\right)^{-1}$

**I. 1. Să se calculeze :**

1 **a) $24703 - 8835$;**

2 **b) $147 : 7$**

6 **c) $2 + \{3 - 4 \cdot [5 + 6 \cdot (7 - 8)] + 9\} \cdot 10$**

7 **2. Să se ordoneze crescător următoarele numere :**

$$4\frac{2}{11};\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-2};\ 4,2(72) \text{ și } \sqrt{\frac{2025}{121}}$$

6 **I. 1.Calculați : a) $(1-0,5)^2 + 2(1-0,5)(1+0,5) + (1+0,5)^2$ ;**

7 **b) $(1-\sqrt{2})^2 - 2(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) + (1+\sqrt{2})^2$.**

5 **2. De câte ori este mai mare distanța dintre Pământ și Soare (150000000km) în comparație cu distanța dintre Pământ și Lună (384 000 km) ?**

8 **3. Scrieți numărul 5 ca un produs de două numere care aparțin mulțimii:**
**a) N; b) Z \ N ; c) Q \ Z ; d) R \ Q.**

3 **1.** Rezultatul calculului: $(340:34-2)\cdot 7$ este ...

3 **4.** 14,5 kg= ...... g.

4 **8.** Media geometrică a numerelor 2 şi 8 este egală cu ....

6 **1.** Rezultatul calculului $\left(2-\frac{5}{4}\right)^2 \cdot \frac{32}{3}$ este egal cu ...

4 **5.** Dintre numerele $\frac{1}{5}$ şi $\frac{1}{6}$ mai mare este numărul ....

4 **7.** Media aritmetică a numerelor $1+\sqrt{2}$ şi $1-\sqrt{2}$ este egală cu ....

6 **9.** Diferenţa dintre 45% din 19 şi 19% din 45 este egală cu ....

2 **1.** Rezultatul calculului $5\cdot 6-7\cdot 4$ este egal cu ...

3 **3.** Media aritmetică a numerelor 18 şi 12 este egală cu...

4 **5.** Dintre numerele $a=5\sqrt{2}$ şi $b=2\sqrt{13}$ mai mare este numărul.

2 **1.** Rezultatul calculului $125:5-16$ este egal cu.........

5 2. Dintre cei 25 de elevi ai unei clase, 20% au luat premii la concursurile şcolare. Numărul elevilor clasei, premiaţi la concursurile şcolare, este egal cu.........

2 **1.** Rezultatul calculului $504:18$ este egal cu ...

5 **2.** 32% din 150 este egal cu ...

3 **5.** Dintre numerele $a=4{,}12$ şi $b=4{,}2$ mai mare este numărul ...

1 **1.** Rezultatul calculului $5\cdot 3+3$ este egal cu ...

2 **4.** Scris în cifre numărul două milioane o mie este egal cu

3 **3.** Trei sferturi de oră sunt egale cu ... minute.

4 **5.** Dintre numerele $a=\frac{12}{7}$ şi $b=\frac{12}{5}$ mai mare este numărul ...

1 **1.** **a)** Dublul numărului 50 este este egal cu ...

2 **b)** Un sfert din numărul 88 este egal cu ...

3 **c)** Rezultatul calculului $3^2-2^3$ este este egal cu ...

1 **1.** **a)** Rezultatul calculului $8\cdot 6$ este egal cu ....

1 **b)** Rezultatul calculului $110-73$ este egal cu ....

2 **c)** O treime din 75 este egală cu ....

2 **3.** **a)** 1 m = ... cm.

3 **b)** Soluţia ecuaţiei $3\cdot x=36$ este egală cu ....

4 **c)** Media geometrică a numerelor 3 şi 12 este egală cu ....

1 **1.** Rezultatul calculului $10:2+1$ este egal cu ....

1 **4.** Numărul natural mai mic cu 7 decât 2007 este egal cu ....

3 **5.** Prin transformare, 2 ore sunt egale cu ... minute.

3 **1.** **a)** Cel mai mic număr natural impar de trei cifre este egal cu ....

2 **b)** Rezultatul calculului $4545:9$ este egal cu ....

6 **c)** Rădăcina pătrată a numărului $2\cdot 3^3\cdot 2^5\cdot 3$ este egală cu numărul natural ....

2 **1.** Rezultatul calculului $2+4:2$ este egal cu ....

3 **2.** Media aritmetică a numerelor 2 şi 8 este egală cu ....

2 **1.** Rezultatul calculului $6+16:4$ este egal cu ....

4 **3.** Trei kilograme de mere costă 7,5 lei. Patru kilograme de mere de aceeaşi calitate costă ... lei.

2 **1.** Rezultatul calculului $12+12:4$ este egal cu ... .

3 **2.** Media aritmetică a numerelor 7 şi 23 este egală cu ... .

7 **2.** Se consideră numerele $a=\frac{4}{\sqrt{5}+1}$ şi $b=\sqrt{15}:\sqrt{3}+1$. Calculaţi media geometrică a celor două numere.

1 **1.** Rezultatul calculului $4\cdot 4+10$ este egal cu ... .

5 **2.** Arătaţi că $\sqrt{2}+\sqrt{8}-3\sqrt{2}=0$.

3 **3.** Cel mai mare număr natural care aparţine intervalului $(3,9]$ este numărul ... .

2 **1.** Rezultatul calculului $12-6\cdot 2$ este egal cu ... .

5 **2.** Calculaţi media geometrică a numerelor $a=2^3+1$ şi $b=3+3:3$.

Studiu comparativ al gradului de dificultate al subiectelor la matematica
la examenele de la finalul clasei a VIII-a

# Divizibilitate, multimi si dependente functionale

http://sorinborodi.ro

1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

Grad de dificultate al itemului

9 Se dau mulţimile: $A=\left\{x\in\Re \;\middle|\; \left|\frac{1-3x}{-2}\right|<3\right\}$ şi
$B=\{x\in N^* \mid x \text{ divide } 12\}$
Să se afle $A\cap B$ şi $A\cup B$.

8 3. Se dau mulţimile $A=\{x \mid x\in Z, |x|\geq 124\}$ şi $B=(-215;215)$.
Stabiliţi numărul elementelor mulţimii $A\cap B$.

10. Se consideră numărul $A=3^0+3^1+3^2+\dots\dots+3^{95}$. Arătaţi că :
6 a) A este un număr natural par.
9 b) A este divizibil cu 13.

2 2. Dintre numerele 6548 şi 2145 divizibil cu 3 este numărul ...

4 4. Intr-o urn  sunt 18 bile albe şi 13 bile negre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă  ă fie neagră este egală cu........

4 4. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 15 şi 10 este egal cu ...

4 6. Cel mai mare divizor comun al numerelor 36 şi 63 este egal cu ...

2 2. a) Un divizor natural al numărului 15 este egal cu ...
3 b) Descompus în factori primi numărul 18 este egal cu ...
4 c) Cel mai mare divizor comun al numerelor 15 şi 18 este egal cu ...

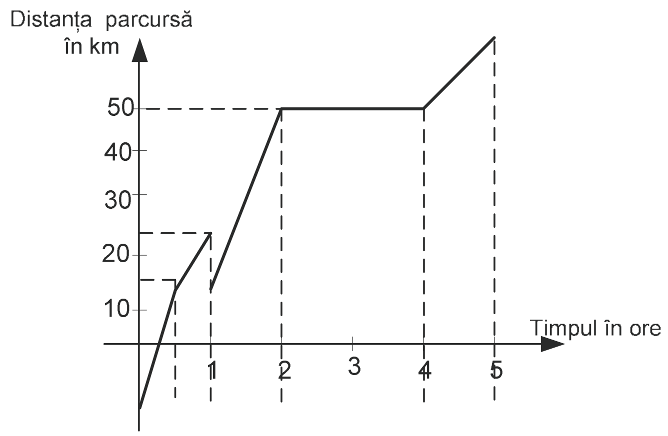
2. Fie mulţimea $A=\{13;10;15;12;11;14\}$.
2 a) Cel mai mare element din mulţimea $A$ este egal cu ....
2 b) Cu elementele scrise în ordine crescătoare mulţimea $A=\{...\}$.
4 c) Probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr din mulţimea $A$, acesta să fie număr impar (fără soţ) este egală cu ....

4 2. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 şi 9 este egal cu ....

8 10. Numărul natural $n$ are numai trei divizori naturali. Dacă suma celor trei divizori este 31, atunci $n$ este

2 3. Dacă $A=\{1;2;3\}$ şi $B=\{3;4\}$, atunci mulţimea $A\cap B$ este egală cu $\{...\}$.

6 6. Figura de mai jos reprezintă graficul deplasării unui vehicul pe parcursul a 5 ore. În această perioadă, vehiculul staţionează timp de ... ore.



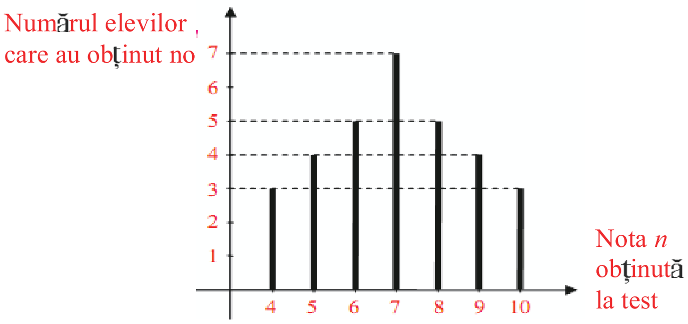
4 **2.** Într-o urnă sunt 7 bile albe şi 3 bile albastre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albastră este egală cu ....

3 **6.** În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei şcoli după notele obținute la un concurs.

| Note | mai mici decât 5 | 5 – 5,99 | 6 – 6,99 | 7 – 7,99 | 8 – 8,99 | 9 – 9,99 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nr. de elevi | 8 | 12 | 25 | 20 | 15 | 8 | 2 |

Numărul elevilor care au obținut o notă mai mică decât 7 este egal cu ....

4 **6.** În diagrama de mai jos sunt reprezentate rezultatele obţinute de elevii unei clase la un test. Numărul elevilor din clasă care au obţinut la test cel puţin nota 8 este egal cu … .

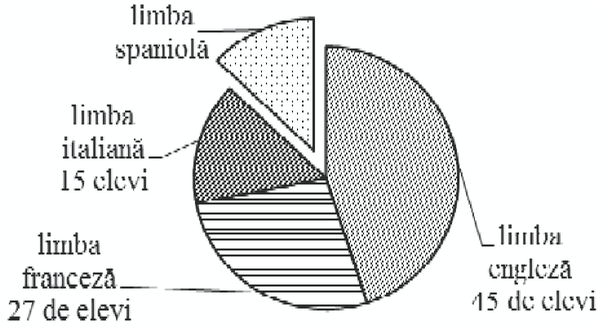



1 **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obţinute la un test de elevii unei clase.

| Notă | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Număr de elevi | 0 | 1 | 3 | 1 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 1 |

La acest test, nota 8 a fost obţinută de un număr de … elevi.

4 **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate opţiunile celor 100 de elevi din clasele a V-a ale unei şcoli, opţiuni referitoare la studiul limbilor moderne.




Numărul elevilor din clasa a V-a care optează pentru studiul limbii spaniole este egal cu … .

# Calcul algebric



1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

Grad de dificultate al itemului

9 2. Să se simplifice fracţia $\dfrac{x^2+y^2+1-2xy+2x-2y}{x^2-y^2-1+2y}$

9 2. Să se afle valoarea expresiei:

$$\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2y-y^3}-\left(1-\frac{y}{x}\right)\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right):\left[\left(1-\frac{2y}{x}+\frac{y^2}{x^2}\right)\cdot\left(1+\frac{y}{x}\right)\right],$$

pentru:

$$x=\frac{2{,}5+3\frac{2}{3}\cdot\left(5+0{,}4\cdot\frac{5}{8}\right)-0{,}5:2\frac{1}{2}}{24:6{,}4-\left(12:3\frac{3}{8}+\frac{2}{3}\right)\cdot0{,}5-\sqrt{1{,}5625}};\ y=\left(\frac{1\frac{1}{2}+\frac{1}{6}}{0{,}4}+2\cdot2\frac{3}{7}\right):1\frac{2}{3}$$

9 2. Se dă expresia: $\dfrac{x^4-y^4}{x^2+2xy+y^2}:\dfrac{x^3+xy^2}{x+y}$.

Să se aducă la forma cea mai simplă şi apoi să se calculeze valoarea ei numerică pentru:

$$x=\left(1{,}75:\frac{2}{3}-1{,}75\cdot1\frac{1}{8}\right):\frac{7}{16}\ \text{şi}\ y=\frac{8}{5}\cdot\sqrt{\frac{225}{4\,096}}.$$

2. Se dau expresiile:

$$a=4x^2+(8x^3-1)\cdot\left(\frac{2x+4x^2}{4x^2-1}-\frac{2x+1}{2x-1}\right)\ \text{şi}$$

$$b=\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}+\frac{2x^2}{x^3-x^2+x-1}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{x^2}\right).$$

9 1) Să se aducă la forma cea mai simplă expresiile.

9 2) Să se arate apoi că $ab-a+b+1=0$, pentru orice valoare a lui $x$ pentru care $a$ şi $b$ au sens.

9 2. a) Să se descompună în factori expresiile:

$$E_1(x)=(2x-1)(x-5)+2(1-2x)+4x^2-1,\ E_2(x)=9x^3-36x^2+36x$$

şi să se simplifice fracţia: $\dfrac{E_1(x)}{E_2(x)}$.

8 b) Să se calculeze valorile lui $x$ pentru care fracţia $\dfrac{2x-1}{3x(x-2)}$ ia valoarea $\dfrac{1}{5}$.

9 2. a) Să se efectueze următoarele operaţii: $\left(\dfrac{x}{x-y}+\dfrac{y}{x+y}\right):\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}-\dfrac{2xy-y^2}{x^2+y^2}$.

9 b) Să se afle valoarea numerică a rezultatului operaţiilor de mai sus ştiind că valorile lui $x$ şi $y$ formează soluţia sistemului următor:

$$\frac{2x+y}{5}-\frac{x+2y}{8}=1,\ \frac{2x-y}{6}+\frac{x-2y}{7}=1.$$

**2.** Fie: $E(x) = \frac{8x - 12}{4x^2 - 12x + 9} - \frac{5x}{2x^2 + 3x} - \frac{20x}{9 - 4x^2}$.

9 a) Să se aducă $E(x)$ la forma cea mai simplă.

9 b) Să se găsească mulţimea valorilor lui $x$ pentru care $E(x)$ este un număr întreg şi pozitiv.

4 c) În raport cu un sistem de axe ortogonale să se reprezinte grafic funcţia $y = \frac{2x - 3}{9}$.

9 **3.** **Să se construiască un polinom $P(x)$ de gradul doi, astfel ca $P(2) = P(3) = 0$ şi $P(0) = 6$.**

*1.* Se dă expresia:

$$E(a) = \frac{1}{a^2 + 2a + 1} - \frac{a^2 + a}{a^3 + 1}\left(\frac{1}{a^2 - a} + \frac{a}{a^2 - 1}\right).$$

9 a). Să se aducă $E(a)$ la forma cea mai simplă.

7 b). Dacă $E(a) = \frac{-4a}{(a^2 - 1)^2}$, să se calculeze $E\left(-\frac{3}{2}\right)$.

**I.** Se dă expresia $E(x) = \dfrac{\frac{1}{x^2 - 1} + \left(1 + \frac{x - 1}{2}\right) : \left(\frac{x + 1}{2} - 1\right)}{x^2 + 2x + 2}$.

9 a). Să se aducă la forma cea mai simplă.

9 b). Să se reprezinte grafic funcţia: $f(x) = (x^3 + 2x^2 - x - 2) \cdot E(x)$.

9 c). Pentru ce valori ale lui $x$, expresia $E(x)$, adusă la forma simplă, nu are sens?

9 **I. a) Să se arate că forma cea mai simplă la care poate fi adusă expresia**

$$E(x) = \left(\frac{x^3 + 8}{x^3 - 8} + \frac{x}{x^2 + 2x + 4} - \frac{1}{x - 2}\right) \cdot \left(\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{2}{2 - x}\right) \text{ este } E(x) = \frac{1}{x + 2}.$$

8 **b) Să se afle valorile lui $x$ pentru care $\frac{1}{x + 2} > 1$.**

7 **c) Să se afle valorile lui $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $E(x)$ ia valori întregi.**

**1.** Calculaţi:

7 a) $\frac{x^2 - y^2}{4xy} : \frac{x - y}{2y}$.

8 c) Descompuneţi în factori polinoamele: $x^2 - 16$; $x^3 + 1$; $x^3 - 4x^2 + 4x$.

8 Simplificaţia fracţia: $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 6}$.

7 **2.** a) Efectuaţi: $\frac{3}{x^2 - 1} \cdot \frac{x + 1}{6x}$.

9 b) Simplificaţi fracţia: $\frac{(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 2}{(x^2 + x)(x^2 + x + 3) + 2}$.

7 **1.** a) Efectuaţi: $3x^2 - 3x + 5 - (2x^2 - 3x + 4)$;

7 **II.** a) Efectuaţi: $3X^2 - 3X + 5 - (2X^2 - 3X + 4)$;

8 b) Aflaţi restul împărţirii polinomului $5X^4 - 21X^2 + 7$ la binomul $X - \sqrt{2}$;

10 c) Demonstraţi că triunghiul ale cărui laturi de lungimi $a, b, c$ satisfac relaţia

$$\frac{c - b}{a} + \frac{a - c}{b} + \frac{b - a}{c} = 0 \text{ este isoscel.}$$

9 *II* 1. Să se simplifice: $E = \frac{(a + 5)^2 - (a - 5)^2}{(2a + 5)^2 + (2a - 5)^2}$

şi să se arate că $E \leq \frac{1}{2}$, pentru $(\forall) a \in \mathfrak{R}$;

8 2. Să se determine cîtul şi restul împărţirii polinomului $X^4 + X^3 + X + 1$ la polinomul $X - 1$;

10 3. Fie $a, b, c, p$ numere reale, astfel încît $a + b + c = 6p$. Să se arate că $a^2 + b^2 + c^2 \geq 12p^2$.

*II* Se consideră polinomul $P(X)=X^4-2X^3+2X^2-X+1$.

3 1. Să se calculeze $P(1)$ și $P(-2)$.

8 2. Să se determine cîtul și restul împărțirii lui $P(x)$ la $(x-1)(x+2)$.

10 3. Să se descompună în factori $P(x)-1$ și să se arate că, pentru orice $a$ real, avem $P(a)>0$.

*II* Se consideră polinoamele $P(x)=x^6-x^3+x^2-x+2$ și $Q(x)=x^3+x$.

7 1. Să se determine cîtul și restul împărțirii lui $P(x)$ la $Q(x)$.

9 2. Să se simplifice fracția $\dfrac{P(x)-x^6-1}{Q(x)}$

9 3. Să se arate că pentru orice $a\in\Re$ avem $a\cdot Q(a)\geq 0$ și $P(a)>0$.

*II* Fie polinomul $P(x)=x^4-x+1$. Se cere:

7 1. Să se calculeze $P(2)$, cîtul și restul împărțirii lui $P(x)$ la $x-2$.

9 2. Să se determine toate numerele întregi $c$ astfel încît

$$\frac{P(c)}{c-2}\in \mathbb{Z}$$

10 3. Să se arate că oricare ar fi $a\in\Re$, $P(a)>0$ și că există $b\in\Re$ astfel încît $P(b)<1$.

9 3. Să se determine constanta reală $\alpha$ dacă notînd $P(x)=x^2+\alpha x+1$ avem $P(1+x)=P(1-x)$ pentru orice $x$ real.

9 4. Să se simplifice fracția:

$$F(x)=\frac{\left(x^2+2x+3\right)^2-5\left(x^2+2x+3\right)+6}{x^3+3x^2+2x}$$

8 2. Se dă $\frac{a}{b}=0,6$. Să se calculeze $\dfrac{2a+3b}{3b}$

9 Să se arate că pentru oricare $a\in\Re$, numărul

$$(a^3+3a^2+a)(a^3+3a^2+a+2)+1$$

este pătrat perfect.

Să se efectueze

8 $$\left(\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x+2}-\frac{10}{x^2-4}\right)\cdot\frac{x^2-4x+4}{x}$$

1. Să se calculeze:

8 c) cel mai mare divizor comun al polinoamelor

$9-X^2$; $X^2-4X+3$; $X^2-6X+9$;

8 d) $(X+2)(2-X)-(X-1)^2$;

3 Se dă expresia:

$$E=\left(\frac{1}{X-3}+\frac{9-X^2}{X^2-X+1}\cdot\frac{1}{X-3}\right):\frac{10-X}{X^3+1}-2$$

9 a) Verificați dacă $E(X)=\dfrac{7-X}{X-3}$.

8 b) Să se determine $x\in\mathbb{R}$ pentru care $E(x)$ nu este definită.

9 1) Să se simplifice:

$$E(X)=\left(\frac{X^2-X}{X^2+1}-\frac{2X^2}{1-X+X^2-X^3}\right):\frac{X^2}{X^2-1}$$

10 1) Restul împărțirii polinomului $P(X)$ la $X^3-2$ este egal cu pătratul câtului. Să se afle acest rest știind că $P(-2)+$ $+P(2)+34=0$.

9 2. Efectuați și simplificați pe cât posibil

$$\left(\frac{4x^2}{2x-1}-\frac{8}{4x^2-1}+\frac{8x-7}{1-2x}\right):\frac{1-2x}{1+2x}$$

**2.** Fie $P(x)=x^3-6x^2+ax+b$, unde $a, b\in\mathbf{R}$.

8 **a)** Să se determine $a$ şi $b$ ştiind că $P(x)$ este divizibil cu $x-3$ şi împărţit la $x+2$ dă rest $-60$.

9 **b)** Pentru $a=11$ şi $b=-6$ descompuneţi polinomul în factori ireductibili.

5 6. După simplificare, fracţia $\dfrac{7(X+5)}{X^2-25}$ devine ......

**2.** Fie expresiile $F(x)=\dfrac{1}{1-x}-1$ şi $E(x)=\left[F(x):\left(1-\dfrac{1-2x^2}{1-x}\right)\right]\cdot\left(4x^2-4x+1\right)$, unde $x\in\mathbf{R}\setminus\left\{0;\dfrac{1}{2};1\right\}$.

8 a) Calculaţi $F(2)\cdot F(-1)$.

9 b) Arătaţi că $E(x)=2x-1$.

8 c) Fie mulţimea $A=\{a\in\mathbf{N}\ /\ E(a)\le 2003\}$. Câte elemente are mulţimea $A$ ?

8 d) Calculaţi $E(2)+E(3)+E(4)+...+E(25)$.

7 **3.** Fie $x$ şi $y$ numere reale diferite de zero astfel încât $2x-5y=0$. Valoarea raportului $\dfrac{x}{y}$ este egală cu ....

7 **9.** Calculând valoarea expresiei $E(x)=|x-1|+|3-x|-2$, pentru $x=-1$, se obține:

5 **14.** a) Pentru $a=\sqrt{10}$, determinați valoarea numărului $2a^2-20$.

Fie numărul real $x=\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}$.

8 b) Arătați că $x^2=10$.

8 c) Calculați $\left(\sqrt{10}-x-1\right)^{2007}$.

3 **2.** **a)** Dacă $|5x|=0$, atunci $x=\ldots$.

5 **b)** Dintre numerele $a=5\sqrt{3}$ şi $b=8$, mai mare este numărul ....

6 **c)** Fie $x$ un număr real diferit de zero. Dacă scoatem factor comun pe $x$, atunci $x^2-x=$ ....

5 **3.** **a)** Rezultatul calculului $(5a+2a+3a):5$ este egal cu ....

5 **b)** Mulţimea $M=\{x\in\mathbb{N} \mid x\le 3\}$ are un număr de … elemente.

6 **c)** Valoarea numărului $p=(1-x)^{2009}$ pentru $x=2$ este egală cu ....

7 **1.** **a)** Verificați dacă, pentru $x=\sqrt{3}$, relația de egalitate $\left(\sqrt{3}-1\right)(x+1)=2$ este adevărată.

8 **b)** Arătați că numărul $p=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+1\right)^2+\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}-1\right)^2$ este natural.

9 **1. a)** $x$, $y$ şi $z$ sunt numere reale diferite de zero. Numărul $x$ este de trei ori mai mare decât $y$, iar $y$ este de şase ori mai mic decât $z$. Calculaţi valoarea raportului $\dfrac{x}{z}$.

8 **5.** Arătaţi că numărul $p=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}\left(\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)$ este natural.

8 **5.** Arătaţi că numărul $a=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(5-\sqrt{6}\right)+\left(\sqrt{2}-1\right)^2-3\sqrt{3}$ este natural.

9 **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(1+\dfrac{2-x}{x+1}\right):\dfrac{x-1}{(2x+1)^2-(x+2)^2}$, unde $x$ este număr real, $x\neq1$ şi $x\neq-1$. Arătaţi că $E(x)=9$, pentru orice $x$ număr real, $x\neq1$ şi $x\neq-1$.

7 **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{x}{x^2-4}\right):\dfrac{2}{(x-2)(x+2)}$, unde $x$ este număr real, $x\neq-2$ şi $x\neq2$. Arătaţi că $E(x)=1$, pentru orice număr real $x$, $x\neq-2$ şi $x\neq2$.

7 **5.** Se consideră expresia $E(x)=\dfrac{x^2+4x+4}{x(x+2)}:\left(1+\dfrac{2}{x}\right)$, unde $x$ este număr real, $x\neq-2$ şi $x\neq0$. Arătaţi că $E(x)=1$ pentru orice $x$ număr real, $x\neq-2$ şi $x\neq0$.

Studiu comparativ al gradului de dificultate al subiectelor la matematica
la examenele de la finalul clasei a VIII-a

# Ecuatii si sisteme

http://sorinborodi.ro

1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

Grad de dificultate al itemului

6 **1.** Să se rezolve ecuația $2(x+3)-3(x+4)=4(x+5)-6$

**2.** Se dă ecuația : $\frac{20+x}{2x-2}-\frac{9x^2+x+2}{6x^2-6}=\frac{5-3x}{x+1}-\frac{10-4x}{3x+3}$

7 a) Să se determine valorile lui $x$ pentru care ecuația nu are sens.

9 b) Să se rezolve ecuația.

9 2 a) Să se rezolve ecuația : $\frac{2x^2-mx+m}{x-3}=2x-4$, unde $m \in \mathbb{R}-\{9, 10\}$.

9 b). Dacă $x=\frac{12-m}{10-m}$, să se determine valorile întregi ale lui $m$ pentru care $x$ este un număr întreg pozitiv, negativ sau nul.

8 3. Să se determine mulțimea valorilor lui $x$ care verifică sistemul :

$$\begin{cases} \frac{x-4}{2}+2>\frac{x-3}{3}; \\ \frac{x+1}{3}-\frac{x+4}{2}>-\frac{7}{3} \end{cases}$$

8 **II.** a). Să se rezolve sistemul :

$$\frac{3(x+y)}{2}-x+y=\frac{17}{2},\quad \frac{x-y}{3}+\frac{2x-1}{4}=\frac{5}{12}.$$

7 b). Să se rezolve ecuația : $\frac{z+3(z-1)}{2}-5z+10\frac{1}{2}=0$.

7 c). Fie $A=\{x, y\}$ unde $x$ și $y$ este soluția de la pct. II a) ; fie $B=\{2, z\}$, unde $z$ este soluția ecuației de la punctul II b) și $C$ mulțimea numerelor pare cuprinse între 3 și 7. Se cere : $A \cup B$; $A \cup B \cup C$; $A \cap B$; $B \cap C$; $A \setminus B$.

9 **III.** Să se rezolve sistemul :

$$\begin{cases} \frac{2x-3y}{5}-\frac{2y-3x}{11}=\frac{112}{55}; \\ (x-5)^2-(3-y)^2=(x-y)(x+y)-48. \end{cases}$$

9 *1.* Să se rezolve ecuația : $\frac{x+a}{a+b}+\frac{2ax}{a^2-b^2}=\frac{x-a}{b-a}$, necunoscuta fiind $x$, iar $a \neq b$, $a \neq -b$, $a \neq 0$.

5 **1. b)** Rezolvați ecuația $2(x-1)=3x+3$.

9 2. Rezolvați ecuația $\frac{x-m}{x-1}+\frac{x-1}{x-m}+2=0$, unde $m$ este parametru

7 1. Rezolvați ecuațiile:
a) $8x^3 - 6x + 1 = 0$;

6 b) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{5} = 0$.

9 3. Arătați că oricare ar fi $m, n, p$ cu $m \neq n$, ecuația $(m - n)x^2 + 2(n - p)x + p - m = 0$ are soluții. Ce se întîmplă dacă $m = n$?

7 1. b) Rezolvati: $\begin{cases} 3x + 2y = \\ -x + \ \ y = -1 \end{cases}$

5 2. a) Rezolvați ecuația: $5(x - 1) = 4(3 - x) + 7$

8 4. Rezolvați ecuația: $(m + 1)x + a = x$, unde $a$ și $m$ sînt parametri reali.

**1. Rezolvați**

7 **a)** $x^2 - 5x + 4 = 0$

4 **b)** $7x + 2x = 18$

7 **c)** $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2. \end{cases}$

4 1. Să se rezolve ecuația: $6x + 4x = 15$

6 2. Să se rezolve inecuația: $\frac{2x}{3} - \frac{3x}{2} < 5$

7 3. Să se rezolve ecuația: $4x^2 + x - 5 = 0$

6 1. Să se rezolve ecuația $\frac{3 - x}{x} = 2$

7 2. Să se rezolve ecuația $x(3 - x) = 2$

8 3. Să se arate că, pentru orice $x$ real, are loc inegalitatea

$$x(3 - x) \leq \frac{9}{4}$$

8 2. Să se determine $X \in Z$ astfel încît

$$\frac{X + 1}{2} \leq x \leq 20 - x$$

9 3. Să se arate că pentru orice constante $a, b, c$ ecuația $x^2 + 2(a - b)x + b - a - 1 = 0$ are două soluții reale și distincte.

8 **2. Să se rezolve inecuația**

$$\left(1 + \frac{x + 2}{x - 1}\right) \cdot \left(1 + \frac{x - 3}{2}\right) > 0$$

9 2. Să se discute și rezolve ecuația:

$$\frac{m - 1}{x - 2} = m \qquad \text{unde} \qquad m \in \Re$$

7 **2. Fie mulțimile** $A = \{-1, 0, 1\}$ și $B = \{x | x \in \Re$ și $|x| \geq 1\}$. Se cere $A \cap B$.

9 3. Să se rezolve inecuația: $\frac{\sqrt{2x} - 1}{2x^2 + 2 - 2\sqrt{2x}} > 0$

8 4. a. Care este condiția ca o sumă de $n$ numere nenegative să fie zero?
b. Să se rezolve ecuația: $|x^2 - 9| + |2x - 6| = 0$

4 1. Să se rezolve ecuațiua: $2x - 3 = -5$, $x \in \Re$.

8 3. Să se rezolve în R sistemul de ecuații: $\begin{cases} x + 2[y - 3(x - 1)] = 25 \\ y - 3[x - 2(y + 1)] = 0 \end{cases}$

2. Să se rezolve:

6 a) $3(x - 2) - (-6 + x)(-2) = -18$

7 b) $3x^2 - 2x - 1 = 0$

5 c) $-4x + 8 \leq 0$

8 **3.** Fie mulţimile $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}$ şi $4x - 3(x+1) \geqslant 0\}$ şi $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}$ şi $2(x+1) - 8 < 0\}$. Calculaţi $A \cap B$.

9 **3)** Determinaţi elementele mulţimii:
$A = \{x \in \mathbb{Z} / \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} \cdot x = 6 - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} \cdot x\}$

8 **1.** Să se rezolve sistemul de ecuaţii:
$$\begin{cases} 2x - \dfrac{3y-2}{5} = 3 \\ 3y + \dfrac{2x+3}{3} = -\dfrac{4}{3} \end{cases}.$$

9 **1.** Fie $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x-2| \le 3\}$ şi $B = \left\{x \in \mathbf{R} \mid \sqrt{x^2+6x+9} \ge 2\right\}$. Să se arate că $A \cap B = [-1;5]$.

4 3. Soluţia reală a ecuaţiei $4x+7=27$ este ……

4 3. Soluţia reală a ecuaţiei $5x+23=-2$ este egală cu ………

9 11. Rezolvaţi sistemul:
$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{y} = \dfrac{x-1}{y-1} \\ (x-2)^2 - (y+1)^2 = (x+3)^2 - y^2 - 72 \end{cases}, \quad x \in \mathbb{R},\ y \in \mathbb{R} - \{0,1\}$$

4 4. Fie proporţia $\dfrac{x}{6} = \dfrac{3}{2}$. Valoarea numărului real x este egală cu

4 5. Soluţia reală a ecuaţiei $13x - 11 = 2$ este egală cu……..

3 3. Soluţia reală a ecuaţiei $24 - 3x = 0$ este egală cu …

2 2. Soluţia reală a ecuaţiei $5 - x = 0$ este egală cu …

**3.** Fie proporţia $\dfrac{2}{b} = \dfrac{a}{10}$.

3 **a)** $a \cdot b = ....$

4 **b)** Rezultatul calculului $a \cdot b - 20 : 4$ este este egal cu ...

4 **c)** Dacă $b = 40$, atunci $a = ....$

**1.** Considerăm numerele $\overline{ab}$, scrise în baza zece cu $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, care îndeplinesc condiția $\overline{ab} - \overline{ba} = a \cdot b - a$.

8 **a)** Arătați că $a \cdot (10 - b) = 9 \cdot b$.

9 **b)** Determinați toate numerele $\overline{ab}$, care îndeplinesc condiția dată

3 **1. a)** Soluția reală a ecuației $x - 2 = 2$ este egală cu ....

3 **b)** Soluția reală a ecuației $x : 10 = 10$ este egală cu ....

5 **c)** Soluția reală a ecuației $2 \cdot (x-2) = 3 \cdot (2-x)$ este egală cu....

7 **3. a)** Pentru orice $x$ natural, diferit de zero, valoarea raportului $\dfrac{5x^2 + 20x}{4x + x^2}$ este numărul natural ....

6 **b)** Cel mai mare număr natural, soluție a inecuației $3x - 2 < 7$ este egal cu ….

5 **c)** Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $3x - 16 \ge x - 14$ este intervalul ....

8 **1. b)** Rezolva i sistemul de ecuații $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x + 1,5y = 2 \\ -2x + y = 6 \end{cases}$, unde $x$ și $y$ sunt numere reale.

7 **2. a)** Arătați că numărul $m = \dfrac{1}{\sqrt{3} - 2} + \sqrt{3}$ aparține intervalului $(-\infty; 0)$.

9 **b)** Determinați mulțimea $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left|4x^2 - 36\right| + |2x - 6| \le 0\right\}$.

6 **2.** Determinați perechile de numere naturale $(a, b)$ pentru care are loc egalitatea $\dfrac{a-1}{2} = \dfrac{3}{b+1}$.

5 **3.** Se consideră mulţimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x \le 4\}$. Mulţimea $A$ este egală cu intervalul … .

4 **2.** Dacă $\dfrac{a}{6} = \dfrac{5}{2}$, atunci numărul $a$ este egal cu … .

5 **3.** Cel mai mare număr natural $n$ pentru care $n \le 8$ este egal cu … .

# Probleme care se rezolva prin ecuatii sau sisteme



1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

Grad de dificultate al itemului

9 1. O femeie cumpără mere pentru copiii săi şi-şi face socoteala că fiecare trebue să capete câte 21 de mere. Pe drum îşi aminteşte că 2 din copii fiind pedepsiţi, nu primesc nimic şi făcând o nouă socoteală, găseşte că celorlalţi li se cuvine câte 28 mere de fiecare. Câţi copii are femeia şi câte mere a cumpărat ?

10 1. Două combine, lucrînd împreună, pot strînge recolta de pe un teren în 6 zile. După 4 zile de lucru în comun, una din combine a fost mutată în altă parte. Din această cauză, a doua combină a trebuit să lucreze 5 zile singură pentru a putea strînge toată recolta.

Să se afle în cîte zile s-ar fi putut strînge recolta cu fiecare din aceste combine în parte.

9 1. Două brigăzi de ţărani cooperatori trebuie să strîngă recolta în 12 zile. După ce au lucrat 9 zile împreună, prima brigadă a primit altă însărcinare şi brigada a doua a terminat lucrul în 5 zile. În cît timp ar fi putut strînge recolta fiecare brigadă în parte?

9 1. Pe o remorcă s-au încărcat 330 de scînduri de brad şi de fag. Scîndurile de fag cîntăresc cu 220 kg mai puţin decît scîndurile de brad. Cunoscînd că o scîndură de brad cîntăreşte 5,6 kg, iar o scîndură de fag 9,2 kg, să se afle cîte scînduri de brad şi cîte de fag s-au încărcat pe remorcă.

10 2. Două mobile, A şi B, pornind din acelaşi punct, se mişcă cu viteze diferite, pe un cerc cu lungimea de 999 m. Dacă se mişcă în acelaşi sens, mobilele se întîlnesc după 37 minute, iar dacă se mişcă în sensuri contrare, se întîlnesc după 22 minute şi 12 secunde. Să se calculeze raportul vitezelor celor două mobile, presupunînd că fiecare din ele se mişcă uniform, cu viteza constantă.

9 1. Două loturi ale unei cooperative agricole de producţie au: primul 200 ha şi al doilea 45 ha. Să se afle cîte ha se ară pentru cultura grîului din fiecare lot, dacă din primul lot se ară cu 80 ha mai mult decît $\frac{4}{5}$ din al doilea şi totuşi mai rămîn în primul lot de 5 ori mai multe hectare destinate altor culturi decît în al doilea lot.

9 1. Două brigăzi ale unei secţii de strungărie trebuiau să lucreze zilnic, conform planului, un număr de piese care se găsesc în raportul $\frac{3}{4}$. Prima brigadă a depăşit planul cu 15%, iar a doua cu $\frac{3}{20}$ din norma pe zi. Ştiind că în felul acesta au lucrat împreună 805 piese zilnic, să se afle cîte piese trebuia să lucreze fiecare după plan şi care a fost realizarea, în procente, după plan.

9
8 1. Două brigăzi de tractoare, avînd împreună 25 de tractorişti, ară în 12 zile 2 040 ha. Un tractorist din prima brigadă ară 6 ha pe zi, iar unul din a doua 8 ha pe zi. Se cere: a) cîţi tractorişti sînt în fiecare brigadă; b) cîtă economie au realizat cele două brigăzi, dacă prima economiseşte 2 litri de combustibil la ha şi a doua 1,5 decilitri la ha şi dacă litrul de combustibil costă 0,40 lei.

9 1. Elevii liceelor din Constanța fac practică în producție după cum urmează: 50% din numărul total al elevilor au fost repartizați la întreprinderile agricole de stat și $\frac{3}{10}$ la diferite întreprinderi mai mici. Din numărul celor rămași, $\frac{5}{8}$ au fost repartizați la Șantierul naval, 25 elevi la I.P.A.T., iar restul, care reprezintă $\frac{1}{15}$ din numărul total al elevilor, lucrează la Uzina Ovidiu II. Câți elevi fac practică în producție?

8 1. Membrii unei cooperative agricole de producție au recoltat de pe două loturi semănate cu porumb, o cantitate de 1 750 tone. În anul următor, aplicînd metode agrotehnice mai înaintate, au sporit recolta de pe primul lot cu 10%, iar de pe al doilea lot cu $\frac{3}{20}$ din recolta anului precedent, recoltînd astfel 1 960 tone. Ce cantitate de porumb s-a recoltat de pe fiecare lot?

10 1. La un combinat de hîrtie și celuloză, o lucrare trebuie terminată de 18 muncitori în 25 de zile. În cît timp a fost terminată lucrarea, dacă doi muncitori au depășit norma cu 25%, iar alți doi muncitori cu 12,5%.

10 1. Un tractorist pleacă de la sediul I.M.A. cu tractorul, la o cooperativă agricolă de producție. După 45 de minute de mers se oprește într-un sat și află că mai are 1 km pînă cînd să parcurgă $\frac{1}{3}$ din întreaga distanță. Mărește după aceea viteza tractorului cu 6 km/oră și ajunge la destinație după $1\frac{1}{4}$ ore. La ce depărtare se află C.A.P. de I.M.A.?

10 *6.* Un vapor parcurge o distanță în sensul curentului apei în 4 ore, iar împotriva curentului, aceeași distanță, în 4 ore și 20 minute.
În cîte ore parcurge distanța respectivă o plută care se deplasează cu viteza apei?

10 2. Un număr de trei cifre este mai mare decît numărul obținut din aceste cifre scrise în ordine inversă cu 198. Dacă împărțim numărul dat la suma cifrelor sale obținem cîtul 48, iar dacă schimbăm ordinea ultimelor două cifre se obține un număr cu 9 mai mic decît numărul dat.
Să se afle numărul.

7 **3. Să se afle numerele $x$, $y$, $z$ știind că ele sunt direct proporționale cu numerele : 2,1 ; 5,3 și 1,6, iar suma lor este 90.**

8 10. Doi muncitori au lucrat într-o săptămână 1720 piese. Să se determine câte piese a lucrat fiecare, știind că al doilea muncitor a lucrat cu 15% piese mai mult decât primul.

1. Un produs s-a scumpit cu 10% din prețul pe care l-a avut inițial. După un timp produsul s-a scumpit din nou cu 10% din noul preț, ajungând astfel să coste 133 100 lei.
8 a) Calculați prețul inițial al produsului.
8 b) Cu ce procent din prețul inițial s-a mărit prețul produsului după cele două scumpiri?

6 3. 10 muncitori termină o lucrare în 6 zile. 15 muncitori termină aceeași lucrare în.........zile.

1. Pentru a confecționa 4 bluze și 3 rochii un croitor are nevoie de 17 m de pânză, iar pentru a confecționa 3 bluze și 2 rochii, de același fel, are nevoie de 12 m de pânză.
8 a) Aflați câți metri de pânză îi trebuie croitorului pentru o bluză și câți metri de pânză îi trebuie pentru o rochie.
7 b) Aflați câte bluze și câte rochii poate confecționa croitorul din 25 m de pânză.

1. Pentru realizarea unei lucrări, trei muncitori au primit împreună 7 560 000 lei. Muncitorii au primit sumele $a$, $b$, respectiv $c$, care sunt direct proporționale cu 2, 3, respectiv 4.
7 a) Arătați că $c = 2a$.
8 b) Ce sumă de bani a primit fiecare muncitor ?

1. Numerele naturale nenule $a$ și $b$ sunt direct proporționale cu 4, respectiv 3.
7 a) Ce procent din numărul $a$ reprezintă numărul $b$ ?
8 b) Media aritmetică a numerelor $a$ și $b$ este 14. Calculați numerele $a$ și $b$.

1. Tatăl și fiul au împreună 60 de ani. Valoarea raportului vârstelor lor este egală cu 2,75.
7 a) Aflați vârsta fiului.
8 b) Cu câți ani în urmă vârsta tatălui era de trei ori mai mare decât vârsta fiului?

13. Numerele naturale $a$ şi $b$ sunt direct proporționale cu numerele 2 şi respectiv 5.
8 a) Calculaţi ce procent din numărul $b$ reprezintă numărul $a$.
8 b) Ştiind că $3a + b = 44$, determinați numerele $a$ şi $b$.

8 2. Un elev cumpără 10 cărți, de literatură şi de matematică. El plăteşte 9 lei pentru o carte de literatură şi 7 lei pentru o carte de matematică, cheltuind astfel 76 lei. Câte cărți de matematică a cumpărat elevul?

3. O persoană are o sumă S de bani. În prima zi cheltuieşte 30% din suma S, a doua zi cheltuieşte 40% din suma S, iar a treia zi cheltuieşte $\frac{1}{4}$ din suma S.
6 a) În ce zi cheltuieşte cel mai puțin persoana respectivă?
8 b) Persoanei îi rămân 100 de lei după cele 3 zile. Determinați valoarea sumei S.

8 3. Prețul unui televizor s-a mărit cu 10%. După un timp, noul preț al televizorului s-a micşorat cu 10%. După aceste două modificări televizorul costă 1980 lei. Determinați prețul inițial al televizorului.

8 3. Într-o clasă sunt 26 de elevi. Dacă din clasă ar pleca două fete şi trei băieţi, atunci numărul fetelor ar fi egal cu dublul numărului băieţilor. Determinaţi numărul fetelor din clasă.

6 3. Ana şi Bogdan au împreună 7 mere, iar Ana şi Călin au împreună 8 mere. Determinaţi câte mere are Ana, ştiind că, împreună, cei trei copii au 12 mere.

4 2. Dacă 10 reprezintă 50% dintr-un număr, atunci numărul este egal cu ... .

8 3. Ion parcurge cu autocarul un drum în trei zile. În prima zi a parcurs 20% din drum, în a doua zi 30% din rest şi în a treia zi ultimii 560 de kilometri din drum. Determinaţi lungimea drumului parcurs de Ion în cele 3 zile.

Studiu comparativ al gradului de dificultate al subiectelor la matematica
la examenele de la finalul clasei a VIII-a

# Functii

http://sorinborodi.ro

1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

Grad de dificultate al itemului

8 II. Să se reprezinte grafic $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{pentru } x \in (-\infty, 1) \\ -2x+1 & \text{pentru } x \in [1, +\infty). \end{cases}$

10 1. Să se reprezinte grafic funcţia:
$f : [-2, 1] \to \Re$
$f(x) = \sqrt{x^2} + |x-1|$

II Se dau funcţiile
$f : [-5; 2) \to \Re \quad f(x) = -x - 3$ şi
$g : [2; 5] \to \Re \quad g(x) == x + 1$

4 1. Cercetaţi dacă $A(-2, -1)$ aparţine vreuneia din graficele funcţiilor $f$ sau $g$.

5 2. Reprezentaţi grafic în acelaşi sistem de coordonate funcţiile $f$ şi $g$.

9 Se consideră funcţia liniară: $f : \Re \to \Re \quad f(x) = x + 1$ şi $x_1 \neq x_2 \in \Re$
Să se arate că: a. $f(x_1) \neq f(x_2)$ b. $\dfrac{f(x_1) + f(x_2)}{2} = f\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}\right)$

4 2. În planul raportat la un sistem de axe ortogonale $xOy$ să se reprezinte grafic funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{3}x - 0,5$.

2) Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = m \cdot x + 2m$, $m \in (-3; +\infty)$

7 a) Determinaţi $m$ astfel încât punctul $A(m;\ 3)$ să aparţină graficului funcţiei $f$.

3 b) Determinaţi graficul funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

9 **3. Aflaţi aria triunghiului determinat de axele de coordonate şi graficul funcţiei liniare $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = -2x + 6$.**

11. Fie funcţia $f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}$, $f(x) = 3x+1$.

3 a) Reprezentaţi grafic funcţia.

6 b) Rezolvaţi în R inecuaţia $f(x)+5 < 12$.

8 c) Determinaţi coordonatele punctelor $M(x; y)$ situate pe graficul funcţiei $f$ care au proprietatea $|y|=|x|$

2. Se consideră funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b - 9$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2bx - a$, unde $a$ şi $b$ sunt numere reale.

8 a) Aflaţi $a$ şi $b$ ştiind că punctul A(2;3) aparţine graficelor funcţiilor $f$ şi $g$.

5 b) Pentru $a = 5$ şi $b = 2$, în acelaşi sistem de coordonate xOy, reprezentaţi grafic funcţiile $f$ şi $g$.

10 c) Pentru $a = 5$ şi $b = 2$, graficul funcţiei $f$ intersectează axa Oy în punctul B, iar graficul funcţiei $g$ intersectează axa Oy în punctul C. Calculaţi distanţa de la C la AB.

2. Se consideră funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = (2 - \sqrt{5})x + \sqrt{5}$.

5 a) Arătaţi că punctul $A(1; 2)$ aparţine graficului funcţiei $f$.

6 b) Rezolvaţi în $\mathbf{R}$ inecuaţia $f(x) - 2 \geq 0$.

10 c) Determinaţi numerele raţionale $a$ şi $b$ pentru care punctul $M\left(a; b + b\sqrt{5}\right)$ aparţine graficului funcţiei $f$.

7479

**2.** Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=4ax-1$.
**a)** Determinați numărul real $a$ știind că punctul $A(1;3)$ aparține graficului funcției $f$.
**b)** Pentru $a=1$, reprezentați grafic funcția $f$ în sistemul de axe perpendiculare $xOy$.
**c)** Rezolvați în $\mathbf{R}$ ecuația $7x^2+x-8=0$.
**d)** Pentru $a=1$, determinați $m\in\mathbf{R}\setminus\{0;1\}$ știind că $f\left(\frac{m}{m-1}\right)+f\left(\frac{m+1}{m}\right)=f\left(\frac{1}{m^2-m}\right)$.

849

**2.** Considerăm funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2ax-3a+1$, unde $a$ este un număr real.
**a)** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $f(a)=0$.
**b)** Pentru $a=1$, reprezentați grafic funcția $f$, în sistemul de axe ortogonale *xOy*.
**c)** Pentru $a=1$, $M$ și $N$ sunt proiecțiile punctelor $A(-1;f(-1))$ și, respectiv $D(2;f(2))$ pe axa *Ox* a sistemului de axe ortogonale *xOy*. Calculați aria patrulaterului cu vârfurile în punctele *M*, *D*, *N*, *A*.

759

**2.** Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=1-ax$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=b-3x$. Punctul $A(2;-3)$ aparține graficelor celor două funcții.
**a)** Aflați numerele *a* și *b*.
**b)** Pentru $a=2$ și $b=3$, reprezentați grafic funcțiile *f* și *g*, în același sistem de axe perpendiculare *xOy*.
**c)** Pentru $a=2$ și $b=3$, calculați aria triunghiului determinat de axa ordonatelor și reprezentările grafice ale funcțiilor *f* și *g*.

466

**2.** Se consideră funcția $f:\{0;3;6;9;12;15\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{2}{3}x$.
**a)** Valoarea funcției $f$ pentru $x=6$ este egală cu ….
**b)** Rezultatul calculului $f(0)+f(9)$ este egal cu ….
**c)** Mulțimea valorilor funcției *f* are un număr de ... elemente.

49

**2.** Se consider  funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-x$ și un sistem de axe de coordonate $xOy$.
**a)** Reprezenta i grafic funcția *f*.
**b)** Calcula i distanța de la punctul *O* la dreapta care reprezintă graficul funcției *f*.

4

**4.** Reprezentați grafic funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+1$.

46

**4.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+2$.
**a)** Reprezentați grafic funcția $f$.
**b)** Determinați coordonatele punctului care are abscisa egală cu ordonata și aparține graficului funcției *f*

46

**4.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x+3$.
**a)** Reprezentați grafic funcția *f* în sistemul de coordonate $xOy$.
**b)** Determinați numărul real *a* pentru care punctul $A(a,-a)$ aparține graficului funcției *f*.

43

**4.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.
**a)** Calculați $f(0)+f(-2)$.
**b)** Reprezentați grafic funcția $f$ într-un sistem de coordonate $xOy$.

33

**4.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$.
**a)** Calculați $f(2)$.
**b)** Reprezentați grafic funcția $f$ într-un sistem de coordonate $xOy$.

# Geometrie plana



1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

Grad de dificultate al itemului

2. O grădină dreptunghiulară are perimetrul 280 m. Grădina se transformă, construind jumătăţi de cercuri egale în afara dreptunghiului şi cu centrele în mijlocul laturilor. Porţiunea cuprinsă între vârf şi semicerc pe latura mică este 1/3 din porţiunea cuprinsă între acelaşi vârf şi semicerc pe latura mare. Această din urmă porţiune este 15 m.
Se cere:
10 a) Perimetrul grădinei după transformare.
10 b) Suprafaţa grădinei înainte de transformare.

1. Un teren are forma unui trapez dreptunghic. Baza mare, baza mică şi latura oblică a acestui trapez sînt direct proporţionale, respectiv cu numerele 7, 4 şi 5, iar suma lor este 80 hm.
Acest teren este cultivabil, în afară de 2 ha ocupate cu diferite construcţii. Suprafaţa cultivabilă se desparte în trei loturi pentru trei culturi diferite; primul lot reprezintă 45% din această suprafaţă, iar cel de al doilea $\frac{3}{5}$ din restul ei.
8
7 Să se afle, în ha: a) aria întregului teren; b) aria fiecăruia din cele trei loturi cultivate.

10 4. Să se determine, folosind (3), perimetrul triunghiului dreptunghic de arie maximă, avînd lungimile catetelor $x$ şi $3-x$ (unde $0 < x < 3$)

9 3. Fie un $\Delta ABC$ dreptunghic în A şi D piciorul înălţimii din A pe BC. Să se determine $DC = x$, dacă $AC = 20cm$ şi $BD = 9cm$.

8 2. Să se determine $\alpha$ dacă $1-2\alpha$ şi $4-\alpha$ reprezintă lungimile (măsurate în cm) ale laturilor unui dreptunghi de arie $30cm^2$

7 În dreptunghiul ABCD cu $AB = 4cm$ şi $BC = 3cm$ se duce diagonala AC. Să se afle înălţimea DI a triunghiului ADC şi cosinusul unghiului CDI.

6 1. Să se calculeze:
e) aria triunghiului echilateral $ABC$, cu $AB = 8\sqrt{3}$ cm.

7 4. În triunghiul dreptunghic $ABC$ cu unghiul drept în $A$, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. a) Să se calculeze lungimile ipotenuzei $[BC]$, a înălţimii $[AD]$ şi a segmentului $[BD]$;
8 b) Dacă paralela prin $D$ la dreapta $AC$ intersectează $[AB]$ în $E$, să se afle raportul ariilor triunghiurilor $BED$ şi $BAC$.

7 2) Un dreptunghi cu perimetrul 153,6cm are dimensiunile proporţionale cu 7 şi 9. Aflaţi dimensiunile dreptunghiului.

3) Triunghiul $ABC$ dreptunghic în $A$ are $AB = 6$cm, $AC = 8$cm. Prin mijlocul $M$ al catetei $[AB]$ se duce o dreaptă paralelă la $AC$ care intersectează ipotenuza în $N$. Să se afle:

6 a) înălţimea corespunzătoare ipotenuzei;

8 b) cât la sută din aria triunghiului $ABC$ reprezintă aria triunghiului $MBN$.

9 1. Într-un triunghi dreptunghic cu ipotenuza de 25 cm măsura unghiului dintre înălţimea şi mediana corespunzătoare ipotenuzei este de 30°. Să se afle laturile triunghiului şi înălţimea corespunzătoare ipotenuzei.

8 **1. Un triunghi dreptunghic $RST$ are ipotenuza $ST = 5$ dm şi cateta $RS = 14$ cm. Să se afle lungimile proiecţiilor catetelor pe ipotenuză.**

8 **2. Într-un patrulater convex $ABCD$ diagonalele sunt şi bisectoare. Arătaţi că este romb.**

8 **3. Se dă un triunghi $ABC$ şi $E$ simetricul lui $A$ faţă de mijlocul laturii $BC$. Să se arate că $ABEC$ este un paralelogram.**

2 2. Triunghiul echilateral cu latura de 8 m are perimetrul egal cu ... m.

2 7. Un pătrat cu latura de 6 cm are aria egală cu ..... $cm^2$.

2 4. Un triunghi are lungimile laturilor egale cu 3 cm, 4 cm, 5 cm. Perimetrul triunghiului este egal cu ........ cm.

4 6. Lungimea unui cerc este de $12\pi$ cm. Lungimea razei lui este egală cu ...... cm.

5 8. Un dreptunghi are lungimea de 8 cm. Dacă lăţimea dreptunghiului este cu 2 cm mai mică decât lungimea sa, atunci aria dreptunghiului este egală cu ...... $cm^2$.

3 6. Un triunghi isoscel ABC cu $[AB] \equiv [AC]$, are măsura unghiului ABC de 35°. Măsura unghiului BAC este egală cu ....

7. Un romb are diagonalele de lungimi egale cu 10 cm, respectiv 24 cm.

6 a) Lungimea laturii rombului este egală cu ..... cm.

5 b) Perimetrul rombului este egal cu ..... cm.

2 6. Un triunghi are un unghi de 45°. Suma celorlalte două unghiuri ale triunghiului este egală cu........°.

7. Un dreptunghi are lungimea de 15 cm şi diagonala de 17 cm.

6 a) Lăţimea dreptunghiului este egală cu.......... cm.

5 b) Perimetrul dreptunghiului este egal cu........ cm.

7. În *figura 1*, $ABCD$ este un pătrat de latură 2 cm, iar triunghiul $AEB$ este dreptunghic isoscel.

4 a) Lungimea segmentului $DE$ este egală cu ... cm.

7 b) Aria patrulaterului $BCDE$ este egală cu ... $cm^2$.

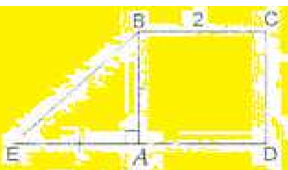
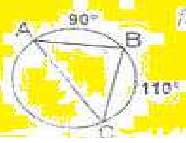


*figura 1*

9. În *figura 2*, măsura arcului $AB$ este egală cu 90° şi măsura arcului $BC$ este egală cu 110°. Asociaţi fiecare literă din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzătoare măsurii unghiului specificat în coloana **A**. Scrieţi pe foaia de examen toate asocierile care exprimă enunţuri matematice adevărate.

| A | B |
|---|---|
| 5 **a.** măsura unghiului $BAC$ este egală cu | 60° |
| 5 **b.** măsura unghiului $ACB$ este egală cu | 80° |
| 6 **c.** măsura unghiului $ABC$ este egală cu | 55° |
| | 45° |

*figura 2*



7. În *figura 1*, $ABCD$ şi $CDEF$ sunt dreptunghiuri în care $AB = 4$ cm şi $AC = DF = 5$ cm.

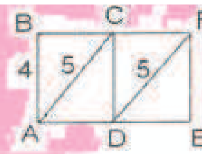



*figura 1*

6 a) Lungimea segmentului $AD$ este egală cu ... cm.

6 b) Perimetrul patrulaterului $ACFD$ este egal cu ... cm.

9. În triunghiul $ABC$ din *figura 2*, punctele $M, N, P$ şi $D, E, F$ împart laturile $AB$, respectiv $AC$ în câte patru segmente congruente, iar $BC = 12$ cm. Asociaţi fiecare literă din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzătoare lungimii segmentului specificat în coloana **A**. Scrieţi pe foaia de examen toate asocierile care exprimă enunţuri matematice adevărate.

| A | B |
|---|---|
| 4 a. lungimea segmentului $NE$ este egală cu | 1. 3 cm |
| 5 b. lungimea segmentului $MD$ este egală cu | 2. 9 cm |
| 6 c. lungimea segmentului $PF$ este egală cu | 3. 10 cm |
| | 4. 6 cm |

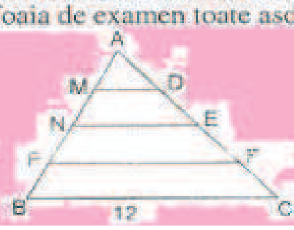



*figura 2*

5 **6.** Dacă semidreptele $[OA$ şi $[OB$ sunt semidrepte opuse, atunci măsura unghiului $AOB$ este egală cu ... °.

7 **11.** Un romb are un unghi cu măsura de 60° şi lungimea diagonalei mici de 2 cm. Perimetrul rombului este egal cu:

6 **12.** Fie $M$ şi $N$ mijloacele a două laturi ale triunghiului echilateral $ABC$. Dacă $MN = 3$ cm, atunci aria triunghiul $ABC$ este egală cu:

**4.** În *figura 1*, punctele $M$ şi $N$ sunt mijloacele segmentelor [BC], respectiv [CD], MN = 3 cm, AN = 7 cm şi BN = 4 cm .

6 **a)** Lungimea segmentului $AB$ este egală cu ... cm.

6 **b)** Lungimea segmentului BC este egală cu ... cm.

6 **c)** Lungimea segmentului CD este egală cu ... cm


*Figura 1*

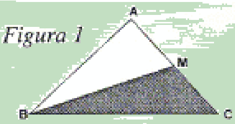
**4.** Triunghiul dreptunghic $ABC$ din *figura 1* are catetele $AB = 4$ cm şi $AC = 3$ cm. Punctul $M$ este mijlocul laturii $AC$.

5 **a)** Lungimea ipotenuzei $BC$ este egală cu ... cm.

6 **b)** Înălţimea $AD$ cu $D \in BC$, a triunghiului $ABC$ are lungimea de … cm.

7 **c)** Aria porţiunii haşurate este egală cu … $cm^2$.

*Figura 1*




5 **4.** Un triunghi echilateral are latura de 4 m. Aria triunghiului este egală cu … $m^2$.

**2.** Figura 2 reprezintă schiţa unui patinoar format dintr-un dreptunghi $MNPQ$ care are lungimea $MN$ de 40 m şi lăţimea de 30 m şi din două semicercuri de diametre $[MQ]$, respectiv $[NP]$.

7 **a)** Patinoarul este inconjurat de un gard. Calculati lungimea gardului care înconjoară patinoarul.

8 **b)** Verificaţi dacă aria patinoarului este mai mică decat 2000 $m^2$. $(3,14 < \pi < 3,15)$

9 **c)** Un patinator parcurge distanţele $AB$, $BC$ şi $CA$. Punctele $B$ şi $C$ sunt mijloacele segmentelor $[MQ]$, respectiv $[NP]$ şi $A$ este mijlocul segmentului $[PQ]$ . Calculaţi valoarea sinusului unghiului $ABC$.

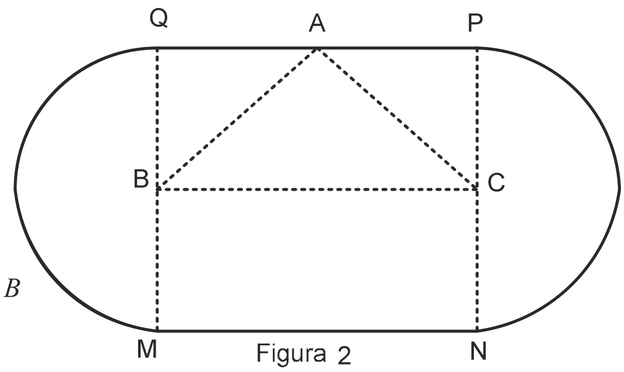



Figura 2

4 **4.** Un dreptunghi are lungimea de 8 cm şi lăţimea egală cu $\frac{3}{4}$ din lungime. Lăţimea dreptunghiului este de ... cm.

**2.** Figura 3 reprezintă schița unei grădini dreptunghiulare în care sunt plantate flori în trei zone, una în formă de cerc și două în formă de semicerc, care intersectează laturile $[AD]$ și $[BC]$ doar în punctele $A, B, C, D, E$ și $F$. Zona circulară intersectează cele două zone semicirculare doar în punctele $M$ și $N$. Se știe că $AB = 16$ m.

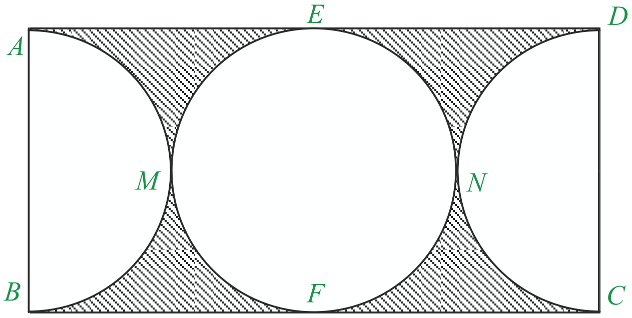


Figura 3

6 **a)** O albină așezată pe o floare situată în mijlocul diametrului $[AB]$ zboară în linie dreaptă, mai întâi până la o floare situată în punctul *M*, apoi mai departe, tot în linie dreaptă, până la o floare situată în punctul *D*. Calculați distanța parcursă de albină.

7 **b)** Calculați aria suprafeței din grădină plantată cu flori.

8 **c)** Arătați că aria suprafeței reprezentată de porțiunea hașurată este mai mică decât $111 \text{ m}^2$. $(3{,}14 < \pi < 3{,}15)$

**2.** În Figura 2 este reprezentată schematic o placă de gresie în formă de dreptunghi, cu $AB = 28 \text{cm}$ și $BC = 21 \text{cm}$.

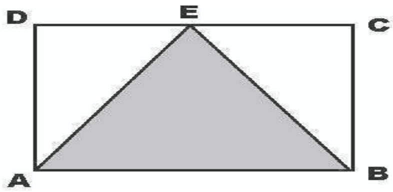


Figura 2

6 **a)** Calculați lungimea segmentului $(DB)$.

7 **b)** Determinați aria triunghiului *EAB*, unde *E* este mijlocul laturii $(CD)$.

10 **c)** Arătați că sinusul unghiului *AEB* este egal cu $\frac{12}{13}$.

2 **4.** Perimetrul unui romb cu latura de 4 cm este egal cu … cm.

2 **4.** Perimetrul unui pătrat cu latura de $8$ cm este egal cu ... cm.

**1.** În Figura 2 este reprezentat un loc de joacă în formă de dreptunghi $ABCD$, cu $AD = 20$ m și diagonala $BD = 40$ m.

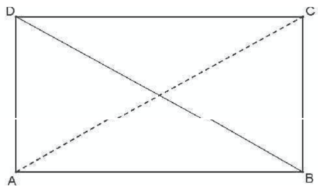


Figura 2

6 **a)** Arătați că $AB = 20\sqrt{3}$ m.

7 **b)** Verificați dacă unghiul dintre diagonalele dreptunghiului $ABCD$ are măsura egală cu $60°$.

6 **c)** Arătați că aria suprafeței locului de joacă este mai mică decât $700 \text{ m}^2$. Se consideră cunoscut faptul că $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$

4 **4.** Rombul $ABCD$ are diagonalele de $6$ cm și, respectiv, de $8$ cm. Aria rombului $ABCD$ este egală cu ... $\text{cm}^2$.

**1.** *Figura 2* reprezintă schița unui covor în formă de dreptunghi $ABCD$. Modelul covorului, prezentat în figură, este format de triunghiurile $AOB$, $BOC$, $COD$ și $DOA$. Punctul $O$ este situat în interiorul dreptunghiului $ABCD$ astfel încât triunghiul $AOD$ este echilateral, $AD = 2$m și $m(\sphericalangle BOC) = 2m(\sphericalangle AOD)$.

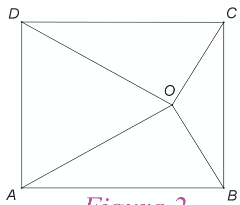


*Figura 2*

2 **a)** Calculați perimetrul triunghiului $AOD$.

7 **b)** Arătați că distanța de la punctul $O$ la latura $BC$ este egală cu $\frac{\sqrt{3}}{3}$m.

8 **c)** Arătați că lungimea conturului covorului este mai mică decât $9$m.

# Geometrie in spatiu



1933 1954 1957 1958 1959 1960 1961 1962 1963 1965 1966
1967 1968 1969 1970 1971 1976 1977 1978 1979 1981 1982
1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990 1991 1992 1993
1994 1995 1996 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008* 2009** 2010 2011 2012 2013 2014

Grad de dificultate al itemului

9
9

1. Într-un trunchi de con cu generatoarea de 10 cm, dublul razei bazei mici întrece cu 15 cm jumătatea razei bazei mari, iar raportul dintre raza mare micşorată cu 6 cm şi suma razelor este egal cu $\frac{2}{5}$. Să se afle: a) razele bazelor; b) volumul trunchiului de con.

9

9
8

1. Diagonalele unui trapez isoscel se intersectează în punctul $O$.

a) Să se afle distanţele de la $O$ la baza mare şi la baza mică a trapezului ştiind că aceste distanţe sînt direct proporţionale cu numerele 8,5 şi 3,5 şi că $\frac{2}{5}$ din distanţa la baza mare este cu 4 cm mai mare decît 40% din distanţa la baza mică.

b) Dacă baza mică a trapezului este de 14 cm, latura neparalelă de 26 cm şi perimetrul de 100 cm, să se afle unghiul format de o diagonală cu baza mare şi să se deducă apoi că diagonalele sînt perpendiculare.

c) Pe perpendiculara în O pe planul trapezului se ia un punct $V$ aşa încît $OV = 40$ cm. Să se afle volumul piramidei care are ca bază trapezul dat şi ca vîrf punctul $V$.

9
8
9
8

1. Se dau două cercuri $C$ şi $C'$ cu centrele în $O$ şi $O'$ şi razele respectiv $R = 4$ cm, $R' = 3$ cm; cele două cercuri se intersectează în punctele $A$ şi $B$.

a) Fie $M$ punctul diametral opus cu $A$ în cercul $C$ şi $N$ punctul diametral opus cu $A$ în cercul $C'$. Să se demonstreze că punctele $M$, $B$, $N$ sînt pe aceeaşi dreaptă (colineare).

b) Să se calculeze raportul dintre ariile triunghiurilor $AOO'$ şi $AMN$.

c) Presupunînd triunghiul $OAO'$ dreptunghic în $A$, să se calculeze:

1) Segmentul $OO'$ şi valoarea raportului $\frac{OP}{PO'}$ (punctul $P$ fiind intersecţia dreptei $AB$ cu $OO'$).

2) Aria totală şi volumul corpului obţinut prin rotirea triunghiului $AMN$ în jurul catetei $AM$.

7
8
9

4. Într-un trunchi de piramidă triunghilară regulată laturile bazelor şi apotema sînt: $AB=5$ cm; $A'B'=3$ cm; $ap=6$ cm. Se cere:

a) Aria laterală a trunchiului de piramidă.
b) Volumul trunchiului de piramidă.
c) Volumul trunchiului de con înscris în trunchiul de piramidă.

5
6
9

5. Un con circular drept are raza bazei de 6 cm şi înălţimea de 8 cm.

Să se afle:
a) Volumul conului.
b) Aria laterală a conului.
c) Volumul sferei înscrise în con.

8

4. În piramida patrulateră $VABCD$ cu baza un romb şi înălţimea $VO$ ($O$ fiind intersecţia diagonalelor rombului) se cunosc: lungimea diagonalei mici a rombului $AC = 6$ m, lungimea diagonalei mari a rombului $BD = 8$ m şi cea a înălţimii piramidei $VO = 1$ m.

Să se determine volumul şi aria totală a piramidei.

10

5. Un trapez $ABCD$ are bazele $[AB]$ şi $[CD]$ de 30 cm, respectiv 15 cm, iar laturile neparalele $[BC]$ şi $[DA]$ de 12 cm şi 9 cm. Să se determine aria totală a corpului obţinut prin rotaţia trapezului în jurul dreptei $BC$.

**III.** Un trunchi de piramidă patrulateră regulată are înălțimea de 6 cm, latura bazei mari este egală cu $\frac{4}{3}$ din înălțime și latura bazei mici egală cu $\frac{5}{8}$ din latura bazei mari. Se cere:

7 a). Volumul trunchiului de piramidă.
8 b). Volumul piramidei din care provine trunchiul.
8 c). Aria laterală a trunchiului de piramidă și a piramidei.

9 **IV.** Un romb are diagonalele egale cu 8 cm și 6 cm. Să se afle volumul și aria corpului obținut prin rotirea completă a rombului în jurul unei laturi.

8 **V.** O piramidă $SABC$ are muchiile laterale egale și perpendiculare între ele ($SA \perp SB$; $SB \perp SC$; $SC \perp SA$). Știind că $SA = SB = SC = 3\sqrt{2}$ cm, să se determine aria totală și volumul piramidei.

8 3. Lungimile razei și înălțimii unui con sînt $R = 9$ cm, $i = 12$ cm. Secționăm conul cu un plan paralel cu planul bazei, distanța dintre acesta și vîrful conului fiind de 8 cm. Să se afle volumul și aria laterală a conului mic care se formează.

8 4. Într-un trunchi de piramidă hexagonală regulată, lungimile laturilor bazei și ale muchiei sînt: $AB = 25$ cm, $A'B' = 15$ cm, $AA' = 13$ cm. Se cer: aria totală și volumul trunchiului de piramidă.

3. Un trunchi de piramidă patrulateră regulată are înălțimea de 6 cm, latura bazei mari egală cu $\frac{4}{3}$ din înălțime și latura bazei mici egală cu $\frac{5}{8}$ din latura bazei mari. Se cer:

7 a) Volumul trunchiului de piramidă.
8 b) Volumul piramidei din care provine trunchiul.
8 c) Aria laterală a trunchiului de piramidă.

9 4. Într-un paralelipiped $ABCDA'B'C'D'$ se consideră trei fețe, care au un punct comun. Dacă aceste fețe sînt dreptunghiuri congruente, să se arate că paralelipipedul este cub.

4. Într-un trunchi de piramidă triunghiulară regulată se cunosc: latura bazei mari $L = 10$ m, raza cercului circumscris bazei mici $r = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ m și aria laterală $\mathcal{A}_l = 168$ m². Aflați:

8 a) volumul trunchiului de piramidă;
8 b) muchia laterală a trunchiului de piramidă.

3. Un trunchi de con are generatoarea de 26 cm, raza bazei mari de 15 cm și înălțimea de 24 cm.

Calculați:

7 a) volumul trunchiului de con;
7 b) aria totală a trunchiului de con;
8 c) volumul conului din care provine trunchiul de con.

10 5. O piramidă are muchiile laterale congruente și ele formează cu planul bazei unghiuri de 45°. Baza este un trapez isoscel cu unghiurile ascuțite de cîte 60° și bazele de 6 cm și 8 cm. Se secționează piramida cu un plan paralel cu baza și care împarte înălțimea în două părți congruente. Calculați volumul trunchiului de piramidă obținut.

**III.** Se consideră tetraedrul $ABCD$.

8 a) În cazul cînd fețele $ABC$ și $DBC$ sînt perpendiculare și sînt triunghiuri echilateral cu $BC = 8$ cm, determinați aria totală a tetraedrului;

8 b) În cazul cînd tetraedrul este regulat și $M$ este mijlocul muchiei $AC$, arătați că dreapta $AC$ este perpendiculară pe planul $(MBD)$;

9 c) În cazul cînd muchiile $AB$, $BC$, $CD$ și $DA$ sînt congruente iar $M$ și $N$ sînt respectiv mijloacele muchiilor $AC$ și $BD$, demonstrați că dreapta $MN$ este perpendiculară pe dreptele $AC$ și $BD$.

*III* Se consideră o piramidă triunghiulară VABC, în care $VA = VB = VC = AB = BC = a$ și $\widehat{AVC} = \widehat{ABC} = 90°$. Fie D mijlocul lui AC.

8 1. Să se arate că AC este perpendiculară pe planul VBD;
9 2. Să se calculeze aria totală și volumul piramidei;
9 3. Să se arate că există un punct $I$ situat la aceeași distanță de cele patru vîrfuri ale piramidei și să se calculeze această distanță.

III Se consideră un trapez isoscel ABCD, cu baza mică AB și laturile neparalele AD și BC. Se presupune că AB, AD și BC au aceeași lungime egală cu $a$, și că $\widehat{ADC} = \alpha$ $(0 < \alpha < 90°)$.

9 1. Să se calculeze perimetrul și aria trapezului, în funcție de $a$ și $\alpha$.

9 2. Să se calculeze volumul V al corpului născut prin rotirea trapezului în jurul bazei mari DC și să se determine $\alpha$ dacă

$$V = \frac{4\pi a^3}{3} \cdot \sin^2 \alpha$$

10 3. În vîrful A al trapezului se ridică o perpendiculară pe planul trapezului și, pe aceasta, se consideră un punct E. Se duc $CF \perp AB$ și $FG \perp BE (F \in (AB), G \in (BE))$. Să se arate că dreapta BE este perpendiculară pe planul (CFG).

III Fie un triunghi ABC echilateral, cu latura 10 cm. Pe perpendiculara ridicată în C pe planul triunghiului se consideră un punct S astfel încît $CS = 5cm$. Se notează cu D mijlocul lui BC.

7 1. Să se arate că $SA = SB > SD$

8 2. Să se calculeze aria totală și volumul piramidei SABC, precum și distanțele de la punctul C la planul (SAB);

9 3. Se cer unghiurile plane ale diedrelor formate de planele (SAB) și (SAD) cu planul (ABC).

III Se consideră cubul $ABCDA_1B_1C_1D_1$ de latură $a$.

8 1. Să se arate că piramida $BAB_1C$ este regulată și să se calculeze aria ei totală și volumul;

10 2. Fie P un punct oarecare pe sfera înscrisă în cub. Să se arate că suma pătratelor distanțelor de la P la cele șase fețe ale cubului este constantă;

10 3. Două mobile M și N pornesc în același timp și cu aceeași viteză din A și $C_1$, parcurgînd drumurile ABC și $C_1D_1A_1$. Să se determine distanța MN în funcție de $a$ și de distanța $x$ între A și M în condițiile date.

7 3. Un cub are lungimea diagonalei de 3 cm. Să se calculeze volumul cubului.

III Se consideră un triunghi ABC dreptunghic în A avînd lungimea catetelor $AB = c$, $AC = b$, latura AB fiind situată într-un plan $\alpha$ și $CD = h (0 < h < b)$.

7 1. Să se calculeze lungimile segmentelor AD și BD;

9 2. Să se arate că măsura unghiurilor ABC este mai mare decît cea a unghiului ABD și să se calculeze volumul piramidei CABD.

10 3. Să se calculeze măsura unghiului CAD dacă aria triunghiului ABC este dublul ariei triunghiului ABD.

III Fie ABCD un romb de latură $a$ și $m(\widehat{A}) = 60°$. În punctul A se ridică o perpendiculară pe planul (ABC) pe crae se ia un segemnt $AM = \frac{3a}{2}$. Să se afle:

7 1. Volumul prismei drewpte care are ca bază rombul ABCD și înălțimea egală cu AM;

8 2. Unghiul plan al diedrului format de (ABC) și (BMD);

9 3. Distanța de la punctul M la dreapta BC;

8 4. Volumul piramidei cu vIrful în B și bază triunghiul AMD.

Baza piramidei VABCD este rombul ABCD cu $AB = a\sqrt{3}$, $BD = 2a$ și înălțimea $VD = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. Calculați:

9 1. Aria totală și volumul piramidei;

8 2. Unghiul format de planele (VBC) și (ABC);

10 3. Distanța de la vîrful D la fața (VBC).

4. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub cu latura de lungime 20 și $M$ mijlocul muchiei $[CC']$.

4 a) Să se calculeze aria totală și volumul cubului;

7 b) Să se calculeze volumul piramidei $D'ABD$;

9 c) Să se calculeze aria triunghiului $D'MA$;

10 d) Care este distanța de la $M$ la planul determinat de $D'$ și $BD$?

2) Se consideră piramida triunghiulară regulată $SABC$ având înălțimea $\sqrt{2}$cm, muchia bazei $2\sqrt{3}$cm și $M$, $N$, $P$ respectiv mijloacele muchiilor $[AB]$, $[BC]$, $[CA]$ ale bazei.

8 a) Calculați aria laterală și volumul piramidei;

9 b) Dacă $SM \perp SN$ să se arate că $SP \perp (SMN)$.

8 4) Să se afle volumul unui con cu aria totală de $96\pi \text{cm}^2$ și aria laterală de $60\pi \text{cm}^2$.

2. Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari $R = 7$ cm, înălțimea $h = 8$cm și volumul $V = 152\pi$ cm$^3$. Calculați :

9 a) aria laterală și aria totală a trunchiului ;

8 b) înălțimea conului din care provine trunchiul ;

10 c) sinusul unghiului dintre două generatoare diametral opuse ;

8 d) aria secțiunii axiale a trunchiului.

**4. Într-un trunchi de con circular drept cu $R = 16$cm și $r = 8$ cm, se înscriu două conuri care au ca baze, bazele trunchiului și generatoarele unuia în prelungirea generatoarelor celuilalt. Știind că înălțimea trunchiului este 12 cm, să se afle : a) aria**

9 **laterală și volumul trunchiului de con : b) volumele celor două conuri.**

9

4 5. Cubul cu latura de 5 m are volumul egal cu ...... $m^3$.

7 9. Trunchiul de con cu razele de 4 cm și 7 cm iar înălțimea de 5 cm are volumul egal cu ...... cm$^3$.

12. Desenați un trunchi de piramidă patrulateră regulată ABCDA'B'C'D'. Dacă înălțimea este de 12 cm, latura bazei mari AB este egală cu $\frac{4}{3}$ din înălțime și latura bazei mici A'B' este egală cu jumătate din latura bazei mari, calculați:

7 a) volumul trunchiului de piramidă;

8 b) aria laterală a trunchiului de piramidă;

8 c) volumul piramidei din care provine trunchiul.

5 2. Un paralelipiped dreptunghic are muchiile de lungimi 3 cm, 4 cm, 12 cm. Diagonala paralelipipedului are lungimea egală cu ...... ......cm.

12. Desenați un trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$. Se dau O centrul bazei ABC, $O'$ centrul bazei $A'B'C'$, AB=8 cm, $A'B'$=6 cm și $OO' = 4$ cm. Calculați:

8 a) Aria totală a trunchiului;

9 b) Volumul piramidei din care provine trunchiul;

9 c) Distanța de la $O'$ la planul $(BCC')$;

10 d) Aria triunghiului $BQB'$, unde $\{Q\} = BC' \cap B'C$.

8. O prismă patrulateră regulată are volumul egal cu 80 cm$^3$ și înălțimea de 5 cm:

6 a) Aria bazei este egală cu. cm$^2$.

6 b) Muchia bazei prismei are lungimea de..........cm.

4 9. Un cub are muchia de 2 cm. Aria totală a cubului este egală cu.. .cm$^2$

2 3.a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Se știe că trunchiul de con are volumul egal cu $312\pi$ cm$^3$ și înălțimea de 8 cm. Se secționează trunchiul cu un plan paralel cu bazele, care trece prin mijlocul înălțimii lui. Aria secțiunii este egală cu $36\pi$ cm$^2$.

9 b) Notăm raza bazei mici a trunchiului de con cu $r$. Arătați că $r^2 - 12r + 27 = 0$.

9 c) Calculați razele bazelor trunchiului de con.

9 d) Dacă razele sunt egale cu 9 cm, respectiv 3 cm, calculați măsura arcului sectorului de cerc care reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a conului din care provine trunchiul.

3. Desenați o piramidă triunghiulară regulată de vârf $V$ și bază $ABC$.

Un plan paralel cu planul $(ABC)$ intersectează muchiile $[VA]$, $[VB]$, $[VC]$ în punctele $A'$, $B'$, respectiv $C'$, astfel încât dreptele $BC'$ și $CB'$ să fie perpendiculare. Se știe că $AB = 24$ cm și $VA = 12\sqrt{5}$ cm.

8 a) Calculați volumul piramidei $VABC$.

10 b) Fie $M$ mijlocul laturii $[BC]$. Calculați valoarea sinusului unghiului diedru dintre planele $(AVM)$ și $(AVB)$.

9 c) Calculați aria laterală a trunchiului de piramidă $ABCA'B'C'$.

8. Un cilindru circular drept are raza bazei de 6 cm şi generatoarea de 4 cm.
5 a) Aria bazei cilindrului este egală cu........ $cm^2$.
5 b) Volumul cilindrului este egal cu........ $cm^3$.

4 9. Un cub are muchia de 5 cm. Diagonala cubului este egală cu.........cm.

5 6. O sferă are raza de 5 m. Aria sferei este egală cu ... $m^2$.

5 8. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile egale cu 6 cm, 4 cm şi 3 cm.Volumul paralelipipedului este egal cu ... $cm^3$.

3. În *figura 3*, $ABCDA'B'C'D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată care are volumul egal cu 378 $cm^3$, înălţimea de 6 cm şi latura bazei mari de 12 cm. Fie $O$ centrul bazei $ABCD$.

1 a) Completaţi pe foaia de examen desenul din *figura 3* cu înălţimea $OO'$ a trunchiului de piramidă.

9 b) Calculaţi lungimea laturii $A'B'$.

8 c) Ştiind că $A'B' = 3$ cm, calculaţi aria laterală a trunchiului de piramidă.

8 d) Calculaţi înălţimea piramidei din care provine trunchiul de piramidă.

10 e) Fie $V$ vârful piramidei din care provine trunchiul. Calculaţi aria triunghiului $VTA$, unde $T$ este proiecţia punctului $O$ pe planul $(VAB)$.

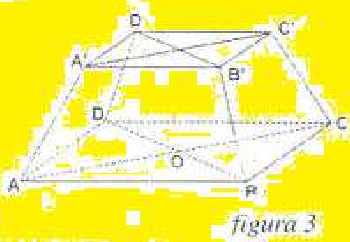


*figura 3*

4 8. Diagonala unui cub cu muchia de 4 cm are lungimea de ... cm.

3. În *figura 3*, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată, de vârf $V$ şi bază $ABC$, în care punctul $M$ este mijlocul laturii $BC$, măsura unghiului $MVA = 90°$ şi $VA = 6\sqrt{2}$ cm.

1 a) Completaţi pe foaia de examen desenul din *figura 3* cu triunghiul $MVA$.

9 b) Arătaţi că $AB = 12$ cm.

8 c) Calculaţi volumul piramidei $VABC$.

9 d) Calculaţi măsura unghiului planelor $(VAM)$ şi $(VAB)$.

10 e) Calculaţi distanţa de la punctul $M$ la planul $(VAB)$.

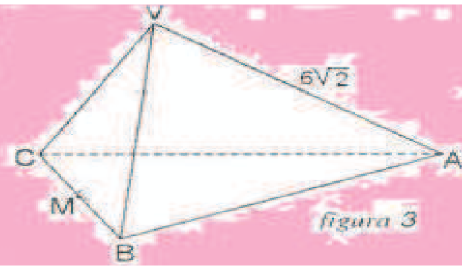


*figura 3*

5. Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ din *figura 2* are baza triunghi echilateral de latură $AB = 6$ cm şi $AB' = 10$ cm.

3 a) Perimetrul bazei este egal cu ... cm

5 b) Înălţimea prismei este egală cu ... cm

4 c) Aria laterală a prismei este egală cu ... $cm^2$

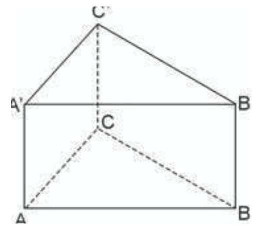


*Figura 2*

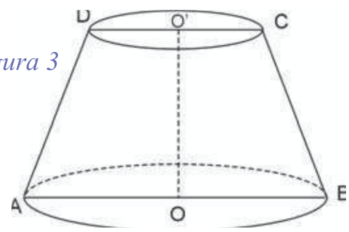
3. Secţiunea axială a trunchiului de con circular drept din *figura 3* este un trapez isoscel $ABCD$ în care măsura unghiului $ACB$ este de $90°$, $BC = 30$ cm şi înălţimea $OO' = 24$ cm.

1 a) Completaţi pe foaia de examen desenul din *figura 3* cu diagonala $AC$.

9 b) Arătaţi că raza bazei mari, $OB$, are lungimea de 25 cm.

9 c) Calculaţi volumul conului din care provine trunchiul.

9 d) Calculaţi sinusul unghiului dintre dreptele $AD$ şi $BC$.

*Figura 3*


5. Prisma dreaptă din *figura 2* are baza triunghi echilateral de latură $AB = 12$ cm şi înălţimea $AA' = 5$ cm.

3 a) Perimetrul bazei este egal cu ... cm.

5 b) Aria bazei este egală cu ... $cm^2$.

4 c) Volumul prismei este egal cu ... $cm^3$.

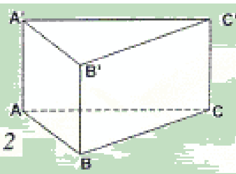


*Figura 2*

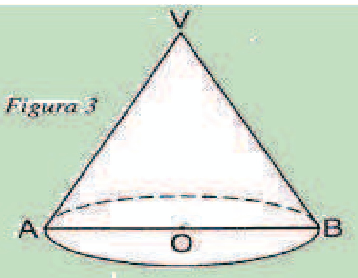
3. Conul circular drept din *figura 3* are ca bază cercul de centru $O$ şi rază 9 cm. Distanţa de la $O$ la $VB$ este egală cu 7,2 cm.

1 a) Completaţi, pe foaia de examen, desenul din *figura 3* cu înălţimea conului.

9 b) Calculaţi lungimea generatoarei conului.

8 c) Calculaţi aria totală a conului.

10 d) Fie $P$ centrul cercului circumscris triunghiului $VAB$. Calculaţi valoarea cosinusului unghiului dintre dreapta $AP$ şi planul bazei conului.

*Figura 3*


5 **7.** Aria laterală a unui cilindru circular drept care are raza de 4 cm şi înălţimea de 6 cm este egală cu ... $\pi$ cm$^2$.

6 **8.** O piramidă patrulateră regulată are apotema piramidei de 5 cm şi latura bazei de 8 cm. Înălţimea piramidei are lungimea egală cu ... cm.

2 **15.** a) Desenaţi o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.
Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghiul echilateral $ABC$, are aria laterală egală cu 48 cm$^2$ şi aria totală egală cu $8\cdot\left(6+\sqrt{3}\right)$ cm$^2$.

7 b) Arătaţi că $AB=4$ cm.

8 c) Calculaţi volumul prismei $ABCA'B'C'$.

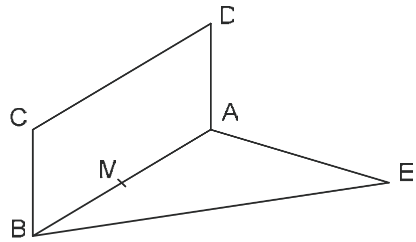
10 d) Fie punctul $G$ centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$. Calculaţi distanţa de la punctul $A$ la planul $(GBC)$

1 **4. a)** Desenaţi un cub .

5 **b)** Un cub are aria unei feţe egală cu 81 cm$^2$. Muchia cubului are lungimea de … cm.

4 **c)** Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$. Valoarea de adevăr a propozi iei "Punctul $D$ aparţine planului $(A'C'B)$" este ….

**3.** În figura alăturată, triunghiul echilateral $ABE$ şi dreptunghiul $ABCD$ se află în plane diferite. Punctul $M$ este mijlocul segmentului $AB$. Dreptele $EM$ şi $AD$ sunt perpendiculare, iar $AB=2AD=6$ cm.




1 **a)** Pe foaia de teză, completaţi desenul cu segmentul $EM$.

8 **b)** Arătaţi că dreapta $EM$ este perpendiculară pe planul $(ABC)$.

7 **c)** Calculaţi lungimea segmentului $MC$.

10 **d)** Arătaţi că dreapta $CM$ este perpendiculară pe planul $(DME)$.

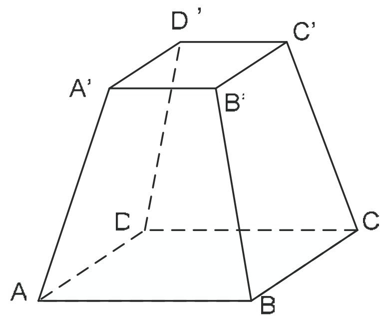
**4.** Un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are $AB=3$ cm, $BC=4$ cm, $AA'=5$ cm.

5 **a)** Volumul paralelipipedului este egal cu ... cm$^3$

5 **b)** Aria totală a paralelipipedului este egală cu ... cm$^2$.

5 **c)** Diagonala paralelipipedului are lungimea egală cu ... cm.

**3.** În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată. $A B=6$ cm, $AB=12$ cm, măsura unghiului dintre dreapta $AA'$ şi planul $(ABC)$ este de $45^\circ$.




1 **a)** Pe foaia de teză, completaţi desenul cu segmentul $BC'$.

9 **b)** Arătaţi că înălţimea trunchiului de piramidă are lungimea egală cu $3\sqrt{2}$ cm.

8 **c)** Calculaţi volumul trunchiului de piramidă.

10 **d)** Calculaţi valoarea tangentei unghiului determinat de dreptele $A'A$ şi $BC'$.

5 **5.** O prismă dreaptă are ca baze triunghiurile echilaterale $ABC$, respectiv $A'B'C'$. Măsura unghiului dintre dreptele $AB$ şi $B'C'$ este egală cu … $^\circ$.

2 **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf $S$ şi bază $ABC$ ·

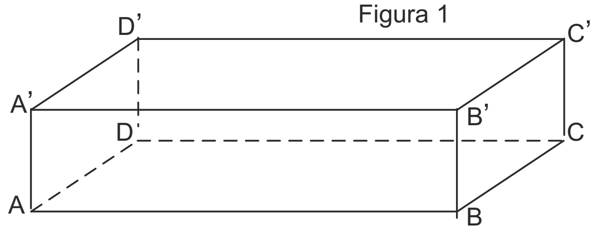
**1.** Figura 1 reprezintă schiţa unui bazin în formă de paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$. Baza $ABCD$ are $AB=12$ m şi $BC=4$ m, iar înălţimea paralelipipedului este $AA'=3$ m.

5 **a)** Calculaţi distanţa dintre punctele $A$ şi $C'$.

5 **b)** Calculaţi aria laterală a bazinului.

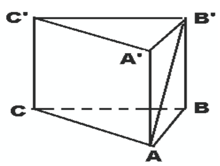
7 **c)** În bazin se află 96000 litri de apă. Calculaţi înălţimea la care se ridică apa în bazin.

Figura 1




5 **5.** În Figura 1 este reprezentată o prismă triunghiulară dreaptă $ABCA'B'C'$ care are toate feţele laterale pătrate. Măsura unghiului dintre dreptele $AB'$ şi $CC'$ este egală cu … $^\circ$.

Figura 1




2 **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf $V$ şi bază $ABC$.

**1.** Prisma patrulateră dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ cu bazele pătrate (Figura 2), reprezintă schematic un suport pentru umbrele. Segmentul $[AP]$ reprezintă o umbrelă care se sprijină în punctul $C'$. Se ştie că $AB = 30$ cm, $AC = CC'$ şi $AP = 90$ cm.

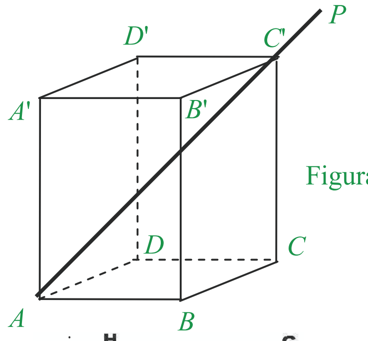


Figura 2

4 **a)** Calculați înălțimea suportului.
7 **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta $AP$ şi planul $(ABC)$.
9 **c)** Determinați distanța de la punctul $P$ la planul $(ABC)$.

4 **5.** În Figura 1 este reprezentat cubul $ABCDEFGH$ cu muchia de 5 cm. Aria totală a cubului este egală cu … $cm^2$.

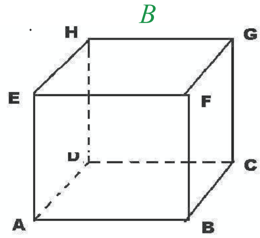


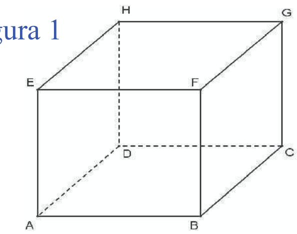
Figura 1

**1.** O vază are forma unei prisme drepte cu baza pătrat. Înălțimea vazei este de $40$ cm, iar latura bazei este de 10 cm. În vază se toarnă trei litri de apă.
5 **a)** Calculați aria laterală a vazei.
7 **b)** Determinați înălțimea la care se ridică apa în vază.
8 **c)** În vază se introduc patru cuburi din piatră, fiecare cub având muchia de $4$ cm. Determinați cu câți centimetri creşte nivelul apei din vază, după introducerea celor patru cuburi din piatră.

2 **1.** Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf $V$ şi bază $ABCD$.

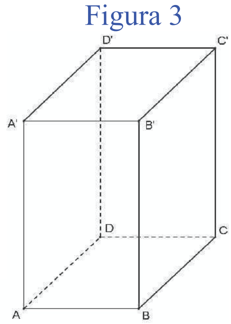
4 **5.** În Figura 1 este reprezentat un cub $ABCDEFGH$ cu latura de 3 cm. Volumul cubului este egal cu … $cm^3$.

Figura 1




2 **1.** Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată cu vârful $S$ şi baza $ABC$

Figura 3




**2.** În Figura 3 este reprezentat schematic un stup de albine în formă de paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$. Dimensiunile stupului sunt $AB = 4$ dm, $BC = 6$ dm şi $AA' = 8$ dm
2 **a)** Calculați perimetrul dreptunghiului $ABCD$.
5 **b)** Determinați aria totală a paralelipipedului $ABCDA'B'C'D'$.
8 **c)** Arătați că $PQ = \sqrt{13}$ dm, unde $\{P\} = AB' \cap A'B$ şi $\{Q\} = BC' \cap B'C$

3 **5.** În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ în care $AB = 8$ cm. Suma tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este egală cu … cm.

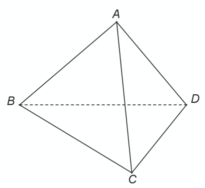


*Figura 1*

2 **1.** Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral.

**2.** În *Figura 3* este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu baza $ABCD$ pătrat, $AB = 20$ cm şi $AE = 10$ cm. Punctul $O$ este mijlocul segmentului $EG$ şi punctul $M$ este situat pe $BO$ astfel încât distanța $CM$ să fie minimă.
5 **a)** Calculați volumul cutiei.
7 **b)** Aria suprafeței cartonului folosit pentru confecționarea cutiei reprezintă 110% din aria totală a cutiei. Determinați câți centimetri pătrați de carton au fost folosiți pentru confecționarea cutiei.

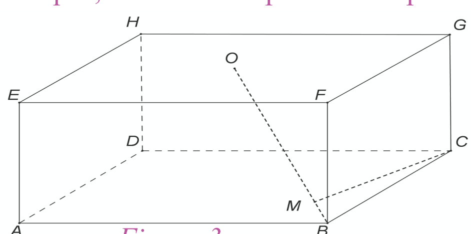


*Figura 3*

9 **c)** Arătați că $CM = \dfrac{20\sqrt{6}}{3}$ cm.