Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $a_1 = 6$ și $a_2 = 12$.

5p **2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 4$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cifra 1.

5p **5.** Se consideră triunghiul echilateral ABC cu $AB = 2$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

5p **6.** Calculați aria triunghiului isoscel ABC știind că $A = \frac{\pi}{2}$ și $AC = 4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0)) = 8$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = 0$.

5p **c)** Determinați matricea $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ știind că $A(1)\cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$, unde m este număr real.

5p **a)** Calculați $f(1)$.

5p **b)** Arătați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$.

5p **c)** Determinați numărul real m știind că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $f(x) \leq \frac{1}{e}$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{11}{6}$.

5p **b)** Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)}\,dx$. Arătați că $I_{n+1} \leq I_n$ pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Determinați numărul real pozitiv a știind că $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)}\,dx = \ln 3$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_3 = 18$	**2p**
	$a_1 + a_2 + a_3 = 36$	**3p**
2.	$x_V = -1$	**2p**
	$y_V = 3$	**3p**
3.	$3^x = 1$ sau $3^x = 3$	**2p**
	$x = 0$ sau $x = 1$	**3p**
4.	Sunt 18 numere de două cifre care conțin cifra 1, deci sunt 18 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$	**2p**
5.	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	**2p**
	ΔABC echilateral $\Rightarrow AC = 2$	**3p**
6.	ΔABC dreptunghic isoscel $\Rightarrow AB = 4$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 8 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 8$	**3p**
b)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{vmatrix} = (a-2)^2(a+2)$	**3p**
	$(a-2)^2(a+2) = 0 \Leftrightarrow a = -2$ sau $a = 2$	**2p**
c)	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x + 2y + 2z = 5 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$	**2p**
	$X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	**3p**
2.a)	$f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + m =$	**2p**
	$= m + 2$	**3p**
b)	$x_1 + x_2 + x_3 = 2$, $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 3$	**2p**
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 2^2 - 2 \cdot 3 = -2$	**3p**

c)	$\left(x_1^3+x_2^3+x_3^3\right)-2\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)+3\left(x_1+x_2+x_3\right)+3m=0$	**2p**
	$x_1^3+x_2^3+x_3^3=-3m-10 \Rightarrow m=-6$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(\ln x)'\cdot x-\ln x\cdot x'}{x^2}=$	**2p**
	$=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(e)=0$, $f'(x)>0$ pentru orice $x\in(0,e)$ și $f'(x)<0$ pentru orice $x\in(e,+\infty)$	**3p**
	$f(x)\le f(e)\Rightarrow f(x)\le\dfrac{1}{e}$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\left(x^2+x+1\right)dx=\left.\left(\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x\right)\right\vert_0^1=$	**3p**
	$=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{11}{6}$	**2p**
b)	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1\dfrac{x^n(x-1)}{x^2+x+1}dx$ pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	Pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ și $x\in[0,1]$ avem $x^n\ge0, x-1\le0$ și $x^2+x+1>0\Rightarrow I_{n+1}\le I_n$	**3p**
c)	$\int_0^a\dfrac{2x+1}{f(x)}dx=\int_0^a\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}dx=\left.\left(\ln\left(x^2+x+1\right)\right)\right\vert_0^a=\ln\left(a^2+a+1\right)$	**3p**
	$\ln\left(a^2+a+1\right)=\ln3\Leftrightarrow a^2+a+1=3$ care are soluția pozitivă $a=1$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\right):\frac{19}{9}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2014-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2014$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{x^2+3x}=9^{x-1}$.
5p	**4.** Prețul unui aparat de fotografiat este de 360 de lei. Determinați prețul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$ și $B(2,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB.
5p	**6.** Determinați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AC=6$ și $\sin B=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y+11$.
5p	**1.** Calculați $8*(-3)$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=-11$ este element neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinați numerele întregi x știind că $\left(x^2\right)*x=121$.
5p	**5.** Arătați că $x*(x+23)=(x*x)*12$ pentru orice număr real x.
5p	**6.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg x*\lg x=13$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Calculați $\det\left(A(0)\right)$.
5p	**2.** Determinați numărul real a știind că $2A(a)+A(a-3)=3A(0)$.
5p	**3.** Arătați că $A(1)+A(2)+...+A(9)=9A(5)$.
5p	**4.** Arătați că $\det\left(A(a)+A(b)\right)=4\det\left(A(a)\cdot A(b)\right)$ pentru orice numere reale a și b.
5p	**5.** Verificați dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a.
5p	**6.** Determinați matricea $X=\begin{pmatrix}p & 2\\ q & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ știind că $X\cdot A(a)=A(a)\cdot X$ pentru orice număr real a.

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_pedagogic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 1

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2+2=\frac{1}{9}+\frac{18}{9}=\frac{19}{9}$	**3p**
	$\frac{19}{9}:\frac{19}{9}=1$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2014-x=x-2014$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=2014$ și $y=0$	**2p**
3.	$x^2+3x=x-1\Leftrightarrow x^2+2x+1=0$	**3p**
	$x=-1$	**2p**
4.	$\frac{25}{100}\cdot 360=90$	**3p**
	După reducere prețul aparatului de fotografiat este $360-90=270$ de lei	**2p**
5.	M mijlocul segmentului $AB\Rightarrow x_M=\frac{-2+2}{2}=0$	**3p**
	$y_M=3$	**2p**
6.	$\frac{3}{5}=\frac{6}{BC}$	**3p**
	$BC=10$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$8*(-3)=8-3+11=$	**3p**
	$=16$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y+11)*z=x+y+z+22$	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z+11)=x+y+z+22=(x*y)*z$ pentru orice numere reale x, y și z	**3p**
3.	$x*(-11)=x+(-11)+11=x$	**3p**
	$(-11)*x=-11+x+11=x$ pentru orice număr real x	**2p**
4.	$(x^2)*x=121\Leftrightarrow x^2+x-110=0$	**3p**
	$x_1=10$ și $x_2=-11$	**2p**
5.	$x*(x+23)=x+(x+23)+11=2x+34$	**2p**
	$(x*x)*12=(x+x+11)+12+11=2x+34=x*(x+23)$ pentru orice număr real x	**3p**
6.	$\lg x+\lg x+11=13$	**2p**
	$\lg x=1\Rightarrow x=10$ care verifică ecuația	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det(A(0))=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot 0=$	**3p**
	$=1$	**2p**

2.	$2\cdot\begin{pmatrix}1 & a\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & a-3\\0 & 1\end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}3 & 3a-3\\0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\0 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$3a-3=0\Leftrightarrow a=1$	**2p**
3.	$A(1)+A(2)+...+A(9)=\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{pmatrix}+...+\begin{pmatrix}1 & 9\\0 & 1\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}9 & 1+2+...+9\\0 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & 45\\0 & 9\end{pmatrix}=9\cdot\begin{pmatrix}1 & 5\\0 & 1\end{pmatrix}=9A(5)$	**3p**
4.	$A(a)+A(b)=\begin{pmatrix}1 & a\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & b\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & a+b\\0 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(a)+A(b)\right)=4$	**2p**
	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1 & a+b\\0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(a)\cdot A(b)\right)=1\Rightarrow\det\left(A(a)+A(b)\right)=4\det\left(A(a)\cdot A(b)\right)$	**3p**
5.	$A(a)\cdot A(-a)=\begin{pmatrix}1 & a\\0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -a\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**3p**
	$A(-a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}1 & -a\\0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & a\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}=I_2$ pentru orice număr real a	**2p**
6.	$\begin{pmatrix}p & 2\\q & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & a\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & a\\0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p & 2\\q & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}p & pa+2\\q & qa+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p+qa & 2+a\\q & 1\end{pmatrix}$ pentru orice număr real a	**3p**
	$p=1$ şi $q=0\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{pmatrix}$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați partea reală a numărului complex $z=3+2(1-i)$.

5p **2.** Arătați că $x_1+x_2+2x_1x_2=23$ ştiind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-3x+10=0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+x+1}=1$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,\ 2,\ 3\}$.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care dreptele de ecuații $y=(a-1)x+1$ și $y=2x-3$ sunt paralele.

5p **6.** Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=3$, $AC=4$ și $BC=5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(2))$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(-x)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Arătați că $\det(A(1)+A(2)+\cdots+A(n))=\dfrac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$ pentru orice număr natural nenul n.

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie asociativă $x*y=4(x+y-3)-xy$.

5p **a)** Calculaţi $2*4$.

5p **b)** Arătați că $x*y=4-(x-4)(y-4)$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x*x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x-x+1$.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to e} f(x)=1$.

5p **b)** Arătați că $f'(x)=\ln x$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Arătați că $f(x)\geq 0$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+8x+15}$.

5p **a)** Arătați că $\int\limits_0^{2014}(x+3)(x+5)f(x)dx=2014$.

5p **b)** Arătați că $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\cdot f'(x)dx=-\dfrac{1}{144}$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>0$ ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=a$, are aria egală cu $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{10}{9}$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_şt-nat*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=3+2-2i=$	**3p**
	$=5-2i$, deci partea reală a numărului z este egală cu 5	**2p**
2.	$x_1+x_2=3$, $x_1x_2=10$	**3p**
	$x_1+x_2+2x_1x_2=3+2\cdot 10=23$	**2p**
3.	$x^2+x+1=1\Rightarrow x^2+x=0$	**3p**
	$x_1=-1$ și $x_2=0$ care verifică ecuația	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri	**2p**
	Cum cifrele sunt distincte, cifra zecilor poate fi aleasă în 2 moduri, iar cifra sutelor poate fi aleasă într-un singur mod	**2p**
	Se pot forma $2\cdot 2\cdot 1=4$ numere	**1p**
5.	$a-1=2$	**3p**
	$a=3$	**2p**
6.	$A=\dfrac{\pi}{2}$	**2p**
	$R=\dfrac{5}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det\left(A(2)\right)=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=2\cdot 2-1\cdot 1=$	**3p**
	$=3$	**2p**
b)	$A(x)\cdot A(-x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 1 & x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-x & 1\\ 1 & -x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x^2+1 & 1\\ 1 & -x^2+1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}-x^2+1 & 1\\ 1 & -x^2+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=0$	**2p**
c)	$A(1)+A(2)+\dots+A(n)=\begin{pmatrix}1+2+...+n & n\\ n & 1+2+...+n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{n(n+1)}{2} & n\\ n & \frac{n(n+1)}{2}\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{vmatrix}\frac{n(n+1)}{2} & n\\ n & \frac{n(n+1)}{2}\end{vmatrix}=\frac{n(n+1)}{2}\cdot\frac{n(n+1)}{2}-n\cdot n=\frac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$ pentru orice număr natural nenul n	**3p**
2.a)	$2*4=4(2+4-3)-2\cdot 4=$	**3p**
	$=12-8=4$	**2p**

b)	$x * y = 4x + 4y - 12 - xy = 4 - xy + 4x + 4y - 16 =$	**2p**
	$= 4 - x(y-4) + 4(y-4) = 4 - (x-4)(y-4)$ pentru orice numere reale x şi y	**3p**
c)	$x * x = 4 - (x-4)^2 \Rightarrow x * x * x = 4 + (x-4)^3$	**2p**
	$(x-4)^3 = x - 4 \Rightarrow x = 3$ sau $x = 4$ sau $x = 5$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x \to e} f(x) = \lim\limits_{x \to e} (x \ln x - x + 1) =$	**2p**
	$= e \ln e - e + 1 = 1$	**3p**
b)	$f'(x) = (x \ln x - x + 1)' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 =$	**3p**
	$= \ln x + 1 - 1 = \ln x$, $x \in (0, +\infty)$	**2p**
c)	$f'(1) = 0$, $f'(x) < 0$ pentru $x \in (0,1)$ şi $f'(x) > 0$ pentru $x \in (1, +\infty)$	**3p**
	$f(x) \geq f(1) \Rightarrow f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**2p**
2.a)	$\int\limits_0^{2014} (x+3)(x+5) f(x) dx = \int\limits_0^{2014} 1 dx =$	**2p**
	$= x \Big\vert_0^{2014} = 2014$	**3p**
b)	$\int\limits_{-1}^{1} f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big\vert_{-1}^{1} = \frac{1}{2}\left(f^2(1) - f^2(-1) \right) =$	**3p**
	$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{576} - \frac{1}{64} \right) = -\frac{1}{144}$	**2p**
c)	$\mathcal{A} = \int\limits_0^a \lvert f(x) \rvert dx = \int\limits_0^a \frac{1}{(x+4)^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{x+3}{x+5} \Big\vert_0^a = \frac{1}{2} \ln \frac{5(a+3)}{3(a+5)}$	**3p**
	$\frac{5(a+3)}{3(a+5)} = \frac{10}{9} \Rightarrow a = 1$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $5\left(2+\sqrt{3}\right)-5\sqrt{3}=10$.

5p **2.** Determinați numărul real a știind că $f(1)=a$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x+1)=\log_2 5$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(3,5)$. Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

5p **6**. Arătați că $\sin^2 30°+\cos^2 45°=\frac{3}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x știind că $B+C=A$.

5p **c)** Arătaţi că $B\cdot B+B=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+4x+4y+12$.

5p **a)** Arătați că $0\circ(-4)=-4$.

5p **b)** Arătați că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x=12$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{3}{4}$.

5p **c)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcției f.

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$ și $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}-1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 e^x\,dx=e-1$.

5p **b)** Arătaţi că funcția F este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculați $\int_0^1 F(x)\,dx$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5\left(2+\sqrt{3}\right)=10+5\sqrt{3}$	**3p**
	$5\left(2+\sqrt{3}\right)-5\sqrt{3}=10+5\sqrt{3}-5\sqrt{3}=10$	**2p**
2.	$f(1)=a \Rightarrow 1+3=a$	**3p**
	$a=4$	**2p**
3.	$2x+1=5$	**3p**
	$x=2$ care verifică ecuația	**2p**
4.	Sunt 9 numere de două cifre care sunt divizibile cu 10, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{9}{90}=\dfrac{1}{10}$	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(2-3)^2+(5-5)^2}$	**3p**
	$AB=1$	**2p**
6.	$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$, $\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$\sin^2 30^\circ+\cos^2 45^\circ=\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{4}=\dfrac{3}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=4\cdot 2-1\cdot 8=0$	**3p**
b)	$B+C=\begin{pmatrix}4 & 2+x\\ 1 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}4 & 2+x\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow x=6$	**2p**
c)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$B\cdot B+B=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
2.a)	$0\circ(-4)=0\cdot(-4)+4\cdot 0+4\cdot(-4)+12=$	**3p**
	$=-16+12=-4$	**2p**
b)	$x\circ y=xy+4x+4y+16-4=$	**2p**
	$=x(y+4)+4(y+4)-4=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale x și y	**3p**

c)	$(x+4)^2-4=12$	**2p**
	$x^2+8x=0 \Rightarrow x_1=-8$ şi $x_2=0$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1}{x}-\left(-\frac{1}{x^2}\right)=$	**3p**
	$=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=$	**3p**
	$=\frac{2+1}{2^2}=\frac{3}{4}$	**2p**
c)	$y-f(1)=f'(1)(x-1)$	**2p**
	$f(1)=-1$, $f'(1)=2$, deci ecuaţia tangentei este $y=2x-3$	**3p**
2.a)	$\int_0^1 e^x dx=e^x\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=e^1-e^0=e-1$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(e^x-\frac{x^2}{2}-1\right)'=e^x-x=$	**3p**
	$=f(x)$ pentru orice număr real x, deci F este o primitivă a funcţiei f	**2p**
c)	$\int_0^1 F(x)dx=\int_0^1\left(e^x-\frac{x^2}{2}-1\right)dx=\int_0^1 e^x dx-\int_0^1\frac{x^2}{2}dx-\int_0^1 dx=$	**2p**
	$=e^x\Big\vert_0^1-\frac{x^3}{6}\Big\vert_0^1-x\Big\vert_0^1=e-1-\frac{1}{6}-1=e-\frac{13}{6}$	**3p**