



Concurs RMCS , ediția a IX a, 14 iunie 2014, Oțelu – Roșu

Clasa a IV a

1. Pe o tablă sunt scrise toate numerele naturale de la 1 până la 30, inclusiv.
- Arătați că putem împărți toate cele 30 de numere în 15 grupe astfel încât suma numerelor din fiecare grupă să fie egală cu un același număr.
 - Arătați că nu putem împărți toate cele 30 de numere în două grupe astfel încât suma numerelor din prima grupă să fie egală cu suma numerelor din a doua grupă.

Gazeta Matematică 2/2014, enunț modificat

2. Ionuț a început să curețe cei 44 de cartofi dintr-o grămadă cu o viteză de 3 cartofi pe minut. Patru minute mai târziu, lui Ionuț i s-a alăturat Alexandra, care a curățat cartofi în ritmul de 5 cartofi pe minut, până când, împreună, au curățat toți cartofii.

Câți cartofi au fost curățați de Alexandra ?

RMT 1/2014

3. a) Andrei scrie 65 de numere de câte trei cifre folosind cifrele 1, 2, 3 și 4. Găsim printre numerele scrise de Andrei două numere a căror diferență să fie 0 ?

Gazeta matematică 3 / 2014, enunț modificat

- b) Aflați cel mai mic număr natural care are suma cifrelor egală cu 257.

RMT 2/2013, enunț modificat

4.

Calculați în câte moduri pot fi completate cu numere naturale căsuțele din tabelul alăturat astfel încât suma elementelor de pe fiecare coloană și de pe fiecare linie să fie egală cu 2014.

20		
	20	
		20

RMT 2/2007, enunț modificat

Notă: Timp de lucru : **două ore și jumătate.**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează cu maxim 7 puncte.

Concurs RMCS, ediția a IX a, 14 iunie 2014
Barem de corectare și notare, Clasa a IV a

1. a) grupele $\{1, 30\}, \{2, 29\}, \{3, 38\}, \dots, \{15, 16\}$ au proprietățile din enunț: sunt 15 grupe și suma numerelor din fiecare grupă este egală cu 31	3p								
b) $1 + 2 + 3 + \dots + 30 = 465$ care este un număr impar	2p								
Dacă S este suma numerelor din prima grupă, atunci ... ar trebui să avem $2S = 465$, imposibil (...)	2p								
2. în cele patru minute cât a curățat singur cartofi, Ionuț a curățat 12 cartofi	1p								
Cei $44 - 12 = 32$ de cartofi rămași au fost curățați în ritmul de 8 cartofi pe minut, de către Ionuț și Alexandra împreună	3p								
Cei 32 de cartofi au fost curățați așadar în 4 minute	2p								
Alexandra a curățat așadar $4 \times 5 = 20$ de cartofi.	1p								
3. a) Folosind patru cifre nenule, există $4 \times 4 \times 4 = 64$ de numere	3p								
Deoarece avem 65 de numere, cu principiul cutiei (sau așa, de BUN simț matematic!), deducem că cel puțin două numere sunt egale, așadar diferența lor este nulă	1p								
b) pentru a fi cât mai mic, un număr care are suma cifrelor 257, trebuie să aibă cât mai puține cifre și pentru aceasta, cât mai multe dintre cifre trebuie să fie egale cu 9.	1p								
Deoarece $257 = 9 \times 28 + 5$, numărul trebuie să aibă cel puțin 29 de cifre și, pentru a fi cât mai mic, numărul trebuie să conțină exact 29 de cifre, iar prima cifră trebuie să fie cât mai mică.	1p								
Dacă 28 de cifre sunt egale cu 9, atunci prima cifră este 5. Așadar, numărul cerut este $5 \underbrace{99\dots9}_{28 \text{ de cifre}}$	1p								
4. orice mod de completare este ca în tabelul alăturat	4p								
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>20</td> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>20</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>y</td> <td>20</td> </tr> </table>		20	x	y	y	20	x	x	y
20	x	y							
y	20	x							
x	y	20							
$x + y = 2014 - 1994$	1p								
Pentru fiecare $x \in \{0, 1, 23, \dots, 1994\}$ avem corespunzător $y = 1994 - x$, deci există 1995 posibilități.	2p								