Concurs RMCS , ediţia a IX a, 14 iunie 2014, Oţelu – Roşu

RMCS

Clasa a VI a

1. Se consideră mulţimile $A=\left\{n\in\mathbb{N} \mid \frac{4}{15}<\frac{n}{10}<\frac{11}{12}\right\}$ şi $B=\left\{n\in\mathbb{N} \mid \frac{2}{7}<\frac{3}{n}<\frac{4}{9}\right\}$.

a) Arătaţi că $7\in A\cap B$.

b) Arătaţi că $A\setminus B\neq\varnothing$.

c) Calculaţi câte elemente are mulţimea $C=A\cup B$.

RMCS 2011

2. Un număr natural se numeşte *interesant* dacă prin împărţire la 7, la 5 şi la 3 dă acelaşi rest: 2.
Un număr natural se numeşte *atractiv* dacă prin împărţire la 6, la 4 şi la 2 dă acelaşi rest: 1.

Arătaţi că: a) există cel puţin trei numere *atractive* care sunt pătrate perfecte;
b) nu există numere *interesante* care sunt pătrate perfecte;
c) nu există niciun număr *interesant* **şi** *atractiv.*

* * *

3. Se consideră unghiul propriu $\sphericalangle XOY$. Pe latura $(OX$ se iau punctele diferite A şi B, iar pe latura $(OY$ se iau punctele diferite C şi D astfel încât $OA+OB=OC+OD$. Mediatoarele segmentelor (AB) şi (CD) se intersectează în punctul M.

a) Arătaţi că $(MA)\equiv(MB)$.

b) Demonstraţi că punctul M este situat pe bisectoarea unghiului $\sphericalangle XOY$.

RMCS 2011

4. Numerele naturale mai mici decât 1000 sunt colorate cu roşu sau cu albastru. Se ştie că dacă un număr x este roşu, atunci şi numărul $x+4$ este tot roşu, iar dacă un număr y este albastru, atunci şi $y+6$ este tot albastru.

a) Arătaţi că dacă numărul 6 este roşu, atunci şi numărul 16 este tot roşu.

b) Demonstraţi că pentru orice număr natural x mai mic decât 998, numerele x şi $x+2$ au aceeaşi culoare.

ViitoriOlimpici.ro

Notă: Timp de lucru : **trei ore.**
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se notează cu maxim 7 puncte.