

Concursul interjudețean de matematică „Sfinx XXI”- ediția a IX-a

31 mai 2014

1. a) Demonstrați că dacă $x > 0$, atunci $2x - x^2 \leq 1$;

b) Demonstrați că într-un triunghi cu lungimile laturilor a, b, c , are loc inegalitatea: $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4p - 3$, unde prin p s-a notat semiperimetrul triunghiului.

Valer Pop, Șanț, Bistrița-Năsăud

2. Pe latura [BC] a pătratului ABCD cu $AB = 6\sqrt{5}$ cm, se consideră punctul M astfel încât $BM = 2\sqrt{5}$ cm. Să se determine distanța de la punctul D la dreapta AM.

C.d.p. Algebră-Geometrie, Artur Bălăucă și colectiv

3. a) Folosind relația $(x - y)^2 \geq 0$, dovediți că: $(x + y)^2 \geq 4xy$.

b) Fie a, b, c numere reale pozitive, astfel încât $abc = 1$. Demonstrați că:

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \leq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

E:14543 (text completat), G. M. nr. 9/2013, Traian Preda, București

Notă:

Rezolvare corectă a fiecărui subiect, prin orice metodă, atrage acordarea punctajului maxim -7 puncte.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se va rezolva pe pagină separată.

Timp efectiv de lucru: 90 minute