

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 9

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $3(2+4i)+2(1-6i)=8$ .
- 5p 2. Arătați că parabola asociată funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=x^2+2x+1$  este tangentă la axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{x^2+4}=5^{4x}$ .
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 3, 5 și 7.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2,2)$ ,  $B(-4,-2)$  și  $C(4,2)$ . Determinați ecuația dreptei  $d$  care trece prin  $A$  și este perpendiculară pe dreapta  $BC$ .
- 5p 6. Arătați că  $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} = 0$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2^n & 0 \\ 0 & 2^n - 1 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $n$  este număr natural.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(0))=1$ .
- 5p b) Determinați numărul natural  $n$  știind că  $A(n) \cdot A(1) = A(3)$ .
- 5p c) Determinați numerele naturale  $p$  și  $q$  știind că  $A(p) \cdot A(q) = A(pq)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + X^2 - 3X + 2$ .
- 5p a) Calculați  $f(0)$ .
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^2 - 4$ .
- 5p c) Arătați că  $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = 20$  știind că  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile lui  $f$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + e^x$ .
- 5p a) Calculați  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că  $f(x) \geq 4x + 1$  pentru orice număr real  $x$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 (x^2 + x + 1) f(x) dx = \frac{1}{4}$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^1 (f(x) - x + 1) dx = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ .
- 5p c) Arătați că  $\lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{t^4} \cdot \int_0^t f(x) dx \right) = \frac{1}{4}$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_mate-info***

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 9**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$6 + 12i + 2 - 12i =$ $= 6 + 2 = 8$	3p 2p
2.	$\Delta = 4 - 4 =$ $= 0$ , deci parabola asociată funcției $f$ este tangentă la axa $Ox$	3p 2p
3.	$x^2 + 4 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$ $x = 2$	3p 2p
4.	Cifra unităților se poate alege în 4 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în 3 moduri, deci se pot forma $4 \cdot 3 = 12$ numere	3p 2p
5.	Panta dreptei $BC$ este $m_{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_d = -2$ $d : y = -2x - 2$	2p 3p
6.	$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} = 0$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	2p 3p
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , $A(n) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2^{n+1} & 0 \\ 0 & 2^{n+1} - 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2^3 & 0 \\ 0 & 2^3 - 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(n) \cdot A(1) = A(3) \Rightarrow n = 2$	3p 2p
c)	$A(p) \cdot A(q) = A(p+q)$ pentru orice numere naturale $p$ și $q$ $A(p+q) = A(pq) \Rightarrow p+q = pq \Rightarrow (p-1)(q-1) = 1 \Rightarrow p = q = 0$ sau $p = q = 2$	2p 3p
2.a)	$f(0) = 0^3 + 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 =$ $= 2$	3p 2p
b)	Câtul este $X + 1$ Restul este $X + 6$	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -1, x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = -3$	2p
	$(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = 2(x_1 + x_2 + x_3)^2 - 6(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) = 20$	3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = (3x)' + (e^x)' =$	2p
	$= 3 + e^x, x \in \mathbb{R}$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + e^x}{x} = 3$	2p
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ , deci dreapta de ecuație $y = 3x$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ la graficul funcției $f$	3p
c)	$g'(0) = 0, g'(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, 0)$ și $g'(x) > 0$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$ , unde	3p
	$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) - 4x - 1 = e^x - x - 1$ $g(x) \geq g(0) \Rightarrow g(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 4x + 1$ pentru orice număr real $x$	2p
2.a)	$\int_0^1 (x^2 + x + 1) f(x) dx = \int_0^1 x^3 dx =$	2p
	$= \frac{x^4}{4} \Big _0^1 = \frac{1}{4}$	3p
b)	$\int_0^1 (f(x) - x + 1) dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx = \int_0^1 \frac{1}{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} dx = \frac{2}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2x+1}{\sqrt{3}} \Big _0^1 =$	3p
	$= \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \arctg \sqrt{3} - \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$	2p
c)	$\lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{t^4} \cdot \int_0^t f(x) dx \right) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t)}{4t^3} =$	3p
	$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^3}{4t^3(t^2 + t + 1)} = \frac{1}{4}$	2p