

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 1$.
- 5p** 2. Determinați numărul real m știind că $f(m) = 1$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2 + 1} = 1$.
- 5p** 4. În anul 2013, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 4% din valoarea veniturilor anuale ale firmei. Determinați valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2013.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,6)$, $B(2,6)$ și $C(5,2)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.
- 5p** 6. Arătați că $\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p** b) Arătați că $2A \cdot B - B \cdot A = I_2$.
- 5p** c) Determinați numărul real x știind că $A \cdot A - xA = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2(x + y - 1) - xy$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 2 = 2$.
- 5p** b) Arătați că $x * 2 = 2 * x = 2$ pentru orice număr real x .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$.
- 5p** b) Arătați că $f'(x) = e^x + f(x)$ pentru orice număr real x .
- 5p** c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 1}{x} = 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 2x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 3x^2 dx = 7$.
- 5p** b) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1) = 2014$.
- 5p** c) Determinați numărul natural n , $n \geq 2$ știind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x} dx = \frac{13}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	2p
	$3 \cdot \frac{1}{3} = 1$	3p
2.	$m - 4 = 1$	3p
	$m = 5$	2p
3.	$2x^2 + 1 = 1$	3p
	$x = 0$, care verifică ecuația	2p
4.	$100000 = 4\% \cdot x$, unde x reprezintă venitul anual al firmei	3p
	$x = 2500000$ de lei	2p
5.	$AB = 3$, $AC = 4$ și $BC = 5$	3p
	$AB^2 + AC^2 = BC^2$, deci $\triangle ABC$ este dreptunghic	2p
6.	$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$ și $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$	2p
	$\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 3 + 1 = 4$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 3 \cdot (-2) - 1 \cdot (-5) = -1$	3p
b)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	3p
c)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot A - xA = \begin{pmatrix} 4-3x & 1-x \\ -5+5x & -1+2x \end{pmatrix}$	3p
	$\begin{pmatrix} 4-3x & 1-x \\ -5+5x & -1+2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 1$	2p
2.a)	$1 * 2 = 2(1+2-1) - 1 \cdot 2 =$	3p
	$= 4 - 2 = 2$	2p
b)	$x * 2 = 2(x+2-1) - x \cdot 2 = 2$	2p
	$2 * x = 2(2+x-1) - 2x = 2 = x * 2$ pentru orice număr real x	3p
c)	$-x^2 + 4x - 2 = x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$	3p
	$x_1 = 1$ și $x_2 = 2$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)e^x =$ $= -1 \cdot e^0 = -1$	<p>2p</p> <p>3p</p>
b)	$f'(x) = 1 \cdot e^x + (x-1)e^x =$ $= e^x + f(x) \text{ pentru orice număr real } x$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} =$ $= f'(0) = 0$	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.a)	$\int_1^2 3x^2 dx = x^3 \Big _1^2 =$ $= 8 - 1 = 7$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>O primitivă F a funcției f este de forma $F(x) = x^3 + x^2 + c$, unde $c \in \mathbb{R}$</p> $F(1) = 2 + c \Rightarrow c = 2012 \Rightarrow F(x) = x^3 + x^2 + 2012$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$\int_1^n \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^n (3x+2) dx = \frac{3n^2 + 4n - 7}{2}$ $\frac{3n^2 + 4n - 7}{2} = \frac{13}{2} \Leftrightarrow 3n^2 + 4n - 20 = 0 \Rightarrow n_1 = -\frac{10}{3} \text{ nu este număr natural și } n_2 = 2$	<p>3p</p> <p>2p</p>