

**MODEL PENTRU PREGĂTIREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2014
SUBIECT**

M_tehnologic pentru filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale;

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și rația $r = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$. Rezolvați inecuația $3 \cdot f(x) + 1 \geq 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+1} - 2^{x-1} = 12$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, -1)$ și $B(3, -2)$. Scrieți ecuația dreptei AB .
- 5p 6. În triunghiul ABC se cunosc $AB = AC = 8$ și $m(\hat{A}) = 30^\circ$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL II
(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A \in M_2(\mathbb{R}), A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați determinantul matricei A .
- 5p b) Arătați că $A^2 + 4A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați valorile $x \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $A + x \cdot I_2$ este inversabilă în $M_2(\mathbb{R})$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $x \circ x \leq 28$.
- 5p c) Calculați $\frac{1}{100} \circ \frac{2}{100} \circ \frac{3}{100} \circ \dots \circ \frac{2014}{100}$.

SUBIECTUL III
(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{x}$ și $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x - \ln x + 1$.
- 5p a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați $\int_1^e f(x) \cdot F(x) dx$.
- 5p c) Calculați $\int_1^2 (x+1 - F(x)) \cdot x^2 dx$.

**MODEL PENTRU PREGĂTIREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2014
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

M_tehnologic pentru filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale;

Orice variantă de rezolvare corectă și completă se punctează corespunzător.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$S_5 = \frac{(2a_1 + 4r) \cdot 5}{2}$	2p
	$S_5 = 35$	3p
2.	$3 \cdot f(x) + 1 \geq 4 \Leftrightarrow 6x \geq 12$	3p
	$x \in [2, +\infty)$	2p
3.	$2^{x+1} - 2^{x-1} = 12 \Leftrightarrow 2^{x-1} \cdot 3 = 12$	3p
	$2^{x-1} = 4 \Rightarrow x = 3$	2p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci 90 de cazuri posibile	2p
	Sunt 18 numere naturale de două cifre, divizibile cu 5 (10, 15, ..., 95) deci 18 cazuri favorabile	2p
	$P = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$	1p
5.	$AB: \frac{x-2}{3-2} = \frac{y+1}{-2+1}$	2p
	$AB: x + y - 1 = 0$	3p
6.	$A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\hat{A})}{2}$	2p
	$= 16$	3p

SUBIECTUL II
(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 0$	3p
b)	$A^2 = \begin{pmatrix} -8 & -12 \\ 16 & 24 \end{pmatrix}$	2p
	$4A = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ -16 & -24 \end{pmatrix}$	2p
	$A^2 + 4A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	1p
c)	$A + x \cdot I_2$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A + x \cdot I_2) \neq 0$	1p
	$A + x \cdot I_2 = \begin{pmatrix} 2+x & 3 \\ -4 & -6+x \end{pmatrix}$	2p
	$\det(A + x \cdot I_2) \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \{0, 4\}$	2p
2.a)	$x \circ y = xy - 3x - 3y + 12 = x(y-3) - 3(y-3) + 3$	2p
	$= (x-3)(y-3) + 3$	3p

b)	$x \circ x \leq 28 \Leftrightarrow (x-3)^2 \leq 25$	1p
	$x \in [-2, 8]$	2p
	$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2, -1, 0, \dots, 8\}$	2p
c)	$x \circ 3 = 3 \circ x = 3, \forall x \in \mathbb{R}$	2p
	$\frac{1}{100} \circ \frac{2}{100} \circ \frac{3}{100} \circ \dots \circ \frac{2014}{100} = \left(\frac{1}{100} \circ \frac{2}{100} \circ \dots \circ \frac{299}{100} \right) \circ 3 \circ \left(\frac{301}{100} \circ \dots \circ \frac{2014}{100} \right) = 3$	3p

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{2x+3}{x-1} \right)' = -\frac{5}{(x-1)^2}$	2p
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = f'(2) = -5$	3p
b)	Ecuatia tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x-2)$	1p
	$f(2) = 7, f'(2) = -5$	2p
	$5x + y - 17 = 0$	2p
c)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2$	3p
	$y = 2$ este ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției	2p
2.a)	F este continuă și derivabilă pe $(0, +\infty)$	1p
	$F'(x) = (x - \ln x + 1)' = 1 - \frac{1}{x}$	2p
	$F'(x) = f(x), \forall x \in (0, +\infty)$	2p
b)	$\int_1^e f(x) \cdot F(x) dx = \frac{F^2(x)}{2} \Big _1^e$	3p
	$= \frac{e^2 - 4}{2}$	2p
c)	$\int_1^2 (x+1 - F(x)) \cdot x^2 dx = \int_1^2 \ln x \cdot x^2 dx$	2p
	$= \left(\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} \right) \Big _1^2 = \frac{24 \ln 2 - 7}{9}$	3p