

CONCURSUL DE MATEMATICA "GRIGORE HERINEAN"

EDITIA A VI-A

9.04.2014

CLASA A VII-A

- Se acordă 10 puncte din oficiu
- Timp de lucru: 120 minute

Partea I. Pe foaia de concurs scrieți numărul exercițiului și litera corespunzătoare răspunsului corect.

Fiecare exercițiu are 4 variante de răspuns dintre care unul singur este corect.

- 2p 1. Se dă mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 9 < x^2 < 50\}$. Cel mai mic număr întreg ce aparține lui A este:
A-9; B 5; C -7; D -3.
- 2p 2. Numerele naturale cuprinse între 100 și 500 care împartite pe rând la 24, 36, 48 dau de fiecare dată restul 9 și caturile nenule sunt:
A. 145; 288; 432 B. 153; 306; 459 C. 153; 297; 441 D. 135; 279; 423
- 2p 3. Un trapez isoscel cu diagonalele perpendiculare are lungimile bazelor egale cu 17 cm și 11 cm. Atunci înălțimea trapezului are lungimea de:
A. 10 cm B. 14 cm C 11 cm D. 8 cm
- 2p 4. Dacă $x + y = 2\sqrt{3}$ și $x^2 - y^2 = 4\sqrt{6}$, atunci diferența $x - y$ este egală cu:
A $2\sqrt{2}$; B 2; C $2\sqrt{3}$; D $\sqrt{2}$.
- 2p 5. Paralelogramul ABCD are latura $AB = 2AD$. Dacă punctul M este mijlocul segmentului AB, atunci măsura unghiului DMC este egală cu:
A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°
- 3p 6. Dacă $\triangle ABC \sim \triangle MNP$, $AB=8$, $BC=10$, $MP=9$, $NP=15$, atunci $AC+MN$ este egal cu :
A . 18 B. 24 C. 42 D. 6
- 3p 7. Numărul de axe de simetrie al unui pătrat este:
A. 2 B. 3 C. 4 D.6.
- 3p 8. Dacă $a+b=5$, atunci $5+a^2+2ab+b^2$ este:
A. 10 B.30 C.25 D. 35
- 3p 9. Dintre numerele de mai jos care este cel mai mare număr rațional care, înmulțit cu $-\frac{5}{6}$, dă ca rezultat un număr natural
A. -1,2 B. $\frac{6}{5}$ C. -6 D. 0
- 3p 10. Un teren de fotbal este de forma unui patrat, cu aria de 2025 m^2 . Terenul este extins, păstrandu-si forma, astfel incat aria se mareste cu 21%. Procentul cu care a crescut latura terenului este:
A. 10% B. 20% C. 30% D. 40%

Partea a II-a. Completați spațiile libere cu răspunsul corect

- 4p 1. Un trapez isoscel ortodiagonal cu înălțimea de $8\sqrt{3}$ cm, are aria de cm^2 .
- 4p 2. Prețul unui produs se majorează succesiv, de două ori, cu 25%, după care are loc o reducere. Vânzătorul constată că prețul final este același cu cel inițial. Procentul cu care s-a redus prețul este%.
- 4p 3. Se dă patrulaterul convex ortodiagonal ABCD. Fie M,N,P,Q mijloacele laturilor [AB],[BC],[CD], respectiv [AD]. Raportul dintre aria triunghiului MNP și aria patrulaterului ABCD este.....
- 4p 4. În prezent vârsta tatălui este de 5 ori mai mare decât vârsta fiului, iar mama este cu doi ani mai mică decât tatăl. Peste 8 ani vârsta tatălui este de trei ori mai mare decât vârsta fiului. Vârsta fiului în prezent este.....ani
- 4p 5. Un telefon costa 350lei. După două reduceri consecutive ale prețului, cu același procent, telefonul costă 283,5lei. Procentul cu care s-a redus prețul de fiecare dată este.....
(se considera ca procentul este mai mic de 100%)
- 7p 6. Fie numerele $a=1-\sqrt{2}$ și $b=1+\sqrt{2}$. Efectuând $|b| - |a|$ se obține
- 7p 7. Într-o clasă numărul băieților reprezintă 37,5% din numărul elevilor; dacă mai vin 5 băieți și pleacă o fată atunci numărul fetelor ar reprezenta 120% din numărul băieților. Numărul fetelor la început este egal cu și al băieților era egal cu
- 7p 8. Dacă numărul natural n verifică relația:
$$\frac{1+3^1+3^2+3^3+\dots+3^n}{1+3^{-1}+3^{-2}+3^{-3}+\dots+3^{-n}} = 3 \cdot 27^{671}$$
, atunci $n =$
- 7p 9. Media aritmetică ponderată a numerelor $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{7}$ și $\frac{5}{8}$ având ponderile de 10, 7 și respectiv 16 este.....
- 7p 10. Un trapez dreptunghic ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$) are $AB=6$ cm, $BC=12$ cm, și $m(\sphericalangle ABC)=120^\circ$. Diagonala BD a trapezului este egală cu cm.

Partea a-III-a . Scrieți rezolvarea complete pe foaia de concurs

- 10p Demonstrați că dacă $n \in \mathbb{N}, n > 1$ atunci numărul $n^4 + n^2 + 1$ nu este număr prim.

Total: 90 p +10p oficiu=100p

Barem de corectare la clasa VII-a

Partea I

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| C | C | B | A | A | A | C | B | D | A |
| 2p | 2p | 2p | 2p | 2p | 3p | 3p | 3p | 3p | 3p |

Partea a II-a

| | | | | | | | | | |
|-----|----|---------------|----|-----|----|----------------------|------|----------------|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 192 | 36 | $\frac{1}{4}$ | 8 | 10% | 2 | 25 fete 15 baieti | 2014 | $\frac{6}{11}$ | 12 |
| 4p | 4p | 4p | 4p | 4p | 7p | 7p | 7p | 7p | 7p |

Partea a III-a

Solutie:

$$n^4 + n^2 + 1 = n^4 + 2n^2 + 1 - n^2 = (n^2 + 1)^2 - n^2 = (n^2 + 1 - n)(n^2 + 1 + n)$$

$$= (n^2 - n + 1)(n^2 + n + 1)$$

3p

$$n^2 - n = n(n - 1) \text{ număr par și cum } n > 1 \Rightarrow n^2 - n + 1 > 1$$

2p

$$\text{De asemenea } n^2 + n = n(n + 1) \text{ număr par și din } n > 1 \Rightarrow n^2 + n + 1 > 1$$

2p

Ambele numere fiind mai mari decât 1 \Rightarrow produsul lor este mai mare decât 1 și nu e prim

$$\Rightarrow n^4 + n^2 + 1 \text{ este număr compus } \dots\dots\dots 3p$$