CONCURSUL "ŞI EU POT FI BUN LA MATE"
Etapa locală –22 martie 2014
SUBIECTE
CLASA a IV-a

SUBIECTUL 1...7 puncte

a) Efectuaţi:

[(2+4)x(6+8)-10+11]+[(9x7+5):(3+1)]x5=

b) Aflaţi-l pe a:

1986 – [(a – 104 + 2) x 5 + 3] + 2 x 0 = 373

SUBIECTUL al II - lea ....7 puncte

a)Se consideră numărul natural de patru cifre, cu cifra zecilor 5 şi cea a sutelor 2. Aflaţi suma şi diferenţa dintre cel mai mare şi cel mai mic număr de această formă.

b) La sfertul dublului celui mai mare număr de două cifre diferite adaugă produsul dintre cel mai mic număr cu cifra zecilor 2 şi cel mai mic număr (diferit de 0) care se împarte exact la 5. Ce număr ai obţinut?

SUBIECTUL al III -lea...7 puncte

a)Pe trei rafturi sunt aşezate 146 de caiete. Pe primul raft sunt de 3 ori mai multe decât pe al treilea, iar pe al doilea cu 6 mai multe decât pe primul raft.
Câte caiete sunt pe fiecare raft?

b)Într-o livadă sunt 1008 meri, cu 72 peri mai puţini, iar numărul prunilor este cu 192 mai mare decât cel al perilor. Toţi pomii au fost plantaţi câte 8 pe fiecare rând. Aflaţi câte rânduri de pomi sunt în livadă.

SUBIECTUL al IV-lea ....7 puncte

a) Un dulap are trei rafturi cu 990 de cărți. Dacă s-ar lua același număr de cărți de pe fiecare raft, ar rămâne 220, 350, respectiv 300 de cărți pe fiecare dintre cele trei rafturi. Câte cărți se află pe fiecare dintre cele trei rafturi?

b) Trei persoane, având 65 kg, 28 kg, respectiv 90 kg vor să traverseze un râu cu ajutorul unei bărci care poate transporta cel mult 100 kg. Cum pot ajunge cei trei pe malul celălalt?

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru: 3 ore
Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.
Nu se acordă punct din oficiu.

CONCURSUL "ŞI EU POT FI BUN LA MATE"
Etapa locală –22 martie 2014
SUBIECTE
CLASA a V-a

Subiectul I

a) Se dau numerele:

$a = (4^{10}:2^{20}+7)^3 : 2^9$
$b = 2\cdot10^3+1 - 2^3\cdot5^3$
$c = 3^4\cdot3^6 - 9^2\cdot9^3$
$d = 2^{18}\cdot3^6\cdot5^{12}$

Cerinţe:

i) să se calculeze $(5a+b)^c$;
ii) să se verifice dacă numărul d este cub perfect;
iii) să se afle numărul de zerouri în care se termină numărul d;
iv) rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia: $2^x - 34 = 2014$.

b) Ionuţ îmi spune: "De şapte ori vârsta mea de acum 7 ani este egală cu de cinci ori vârsta mea de peste 5 ani." Câţi ani are Ionuţ acum?

Subiectul II

Se consideră mulţimile :

$A = \{x \in N / 12 + x \leq 25 si 2x - 1 > 17\}$ şi $B = \{x \in N / 80 < x^2 < 130\}$

a) Determinaţi A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
b) Determinaţi cardinalul mulţimilor de la punctul a.

Subiectul III

a) Media aritmetică a trei numere este 21, iar media aritmetică a primelor două numere este 25. Calculaţi numerele, ştiind că al treilea număr este cu 7 mai mic decât dublul primului număr.
b) Arătaţi că $A = (1+3+5+7+\ldots\ldots\ldots+2013)\cdot121$ este pătrat perfect.

Subiectul IV

a) Împărţind un număr natural la un alt număr natural mai mic decât 2010 se obţine câtul 13 şi restul 2008. Aflaţi deîmpărţitul şi împărţitorul.

b) Determinaţi numărul natural k, dacă $169 + 2\cdot169 + 3\cdot169 + \ldots + 49\cdot169 = k^2$.

c) Aflaţi toate numerele naturale m şi n pentru care:

$$\{n, m, m+6\} = \{1, 7, 11\}$$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru: 3 ore.
Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.
Nu se acordă punct din oficiu.

CONCURSUL "ŞI EU POT FI BUN LA MATE"
Etapa locală –22 martie 2014
SUBIECTE
CLASA a VI-a

Subiectul I

a) Aflaţi perechile de numere naturale a și b, știind că suma lor este 42, iar cel mai mare divizor comun al lor este 7.
b) Determinaţi x,y,z $\in N^*$ ştiind că x+y, x+z şi y+z sunt invers proporţionale cu numerele 6,8 şi respectiv 4, iar x+y+z=78.

Subiectul II

a) Arătaţi că numărul $A = 2\cdot 3^n \cdot 7^{n+1} - 5\cdot 3^{n+1}\cdot 7^n + 3^{n+2}\cdot 7^{n+1}$ este divizibil cu 31, pentru orice $n \in \mathrm{N}$.
b) Determinaţi cel mai mare număr de copii la care se pot împărţi în mod egal 54 de banane şi 72 de portocale.

Subiectul III

Fie un unghi $\angle XOY$ şi punctele A, B$\in$(OX si C, D$\in$ (OY astfel încât [OA]$\equiv$ [OC] şi [OB] $\equiv$[OD] şi OA > OB $AD \cap BC = \{E\}$, demonstraţi că:
a) $[AD] \equiv [BC]$
b) $\Delta AEB \equiv \Delta CED$
c) $[OE$ bisectoarea $\angle BOD$
d) $[EO$ bisectoarea $\angle BED$.

Subiectul IV

Înălţimile BE și CF ale triunghiului ABC, E$\in[AC]$ și $F\in[AB]$ se prelungesc cu segmentele [ME] $\equiv$[BE] și [NF]$\equiv$[FC]. Știind că $m(\angle A) = 60^\circ$ arătaţi că:
a) Triunghiurile ABM și ACN sunt isoscele.
b) Punctele M, A, N sunt coliniare.
c) MN=AB+AC.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru: 3 ore.
Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.
Nu se acordă punct din oficiu.

Inspectoratul Şcolar Judeţean Neamţ
Piatra Neamţ, jud. Neamţ
str. Lt. Drăghiescu, Nr.4A
tel. 0233/214860,fax 0233/215807
e-mail: isj_neamt@yahoo.com

CONCURSUL "ŞI EU POT FI BUN LA MATE"

Etapa locală –22 martie 2014

SUBIECTE

CLASA a VII-a

Subiectul I

a) Calculaţi : $[1,(5)+0,(6)]\cdot(-1,8)+\left(2\frac{1}{6}-3\frac{7}{15}\right):0,1(4)$.

b) Aflaţi media geometrică şi media aritmetică a numerelor a şi b, unde

$a=(2\sqrt{2}+\sqrt{3})\cdot 2\sqrt{2}-\sqrt{24}-(\sqrt{3}-1)^2$, $b=4-2\sqrt{3}$.

Subiectul II

a) Arătaţi că $a=2\cdot(1+2+3+.......+2013)\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+.....+\frac{1}{2013\cdot 2014}\right)$ este pătrat perfect.

b) Calculaţi suma $S=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2\cdot 3}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{3\cdot 4}}+\ldots+\frac{\sqrt{99}-\sqrt{98}}{\sqrt{98\cdot 99}}$ şi demonstraţi că $\left(S^2+\frac{2}{\sqrt{198}}\right)\in\mathbb{Q}$.

Subiectul III

În triunghiul ABC cu AB = 25 cm, BC = 18 cm şi CA= 20 cm, construim bisectoarea AD, $D\in(BC)$ şi construim punctele $E\in(AB)$ şi $F\in(AC)$ astfel încât $[BD]\equiv[BE]$ şi $[CD]\equiv[CF]$.

a) Aflaţi BD şi CD;

b) Arătaţi că EF || BC.

c) Calculaţi perimetrul Δ AEF.

Subiectul IV

În triunghiul ABC, M este mijlocul laturii BC. Mediana AM formează cu BC un unghi cu măsura de 45° şi împarte unghiul A în două unghiuri care au raportul măsurilor $\frac{2}{7}$. Ştiind că m(∡ACB) = 2m(∡ABC), arătaţi că $AB\sqrt{2}=BC$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.

Nu se acordă punct din oficiu.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN NEAMŢ

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

CONCURSUL "ŞI EU POT FI BUN LA MATE"

Etapa locală –22 martie 2014

SUBIECTE

CLASA a VIII-a

Subiectul I

a) Se considera multimile $A=\{x\in R/-4<\frac{3x+1}{2}<2\}$ si $B=\{x\in R/|2x+1|\le 3\}$. Calculați card $(A\cap B)\cap Z^{*}$.

b) Calculati a^{2014} unde :

$$a=\left(\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{8}}\right)\cdot\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2}.$$

Subiectul II

Fie $E(x)=\left[\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}+\frac{2x^2}{x^3-x^2+x-1}\right):\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x^2-x-6}{x^2-4x+3}\right]:\frac{2x^2+5x+2}{x^3-6x^2+5x}$.

a) Arătaţi că $E(x)=\frac{5-x}{x+2}$.

b) Stabiliţi domeniul maxim de definiţie.

c) Determinaţi valorile întregi ale lui x pentru care $E(x)\in Z$

d) Determinaţi valorile raţionale ale lui x pentru care E(x) este echiunitară.

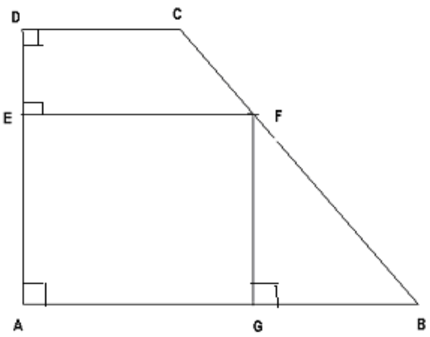
Subiectul III

a) ABCD pătrat, AA' $\perp(ABC)$ cu AA'=$3\sqrt{2}$ cm de latură 6 cm CC' $\perp(ABC)$ cu CC'= $3\sqrt{6}$ cm, $AC\cap BD=\{0\}$. Aflați măsura unghiului diedru format de planele (A'BD) şi (C'BD).

b) Suma tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic este de 100 cm, iar lungimea diagonalei este de $10\sqrt{2}$ cm. Calculaţi aria totală a paralelipipedului.

Subiectul IV

Figura alăturată reprezintă schema un teren agricol în formă de trapez dreptunghic cu AB şi CD baze şi $\sphericalangle A=90^{0}$, iar AD= 30 m , DC = 10 m. Suprafaţa acestui teren a fost împărţită în trei parcele care au forma de pătrat AGFE, trapez dreptunghic DEFC şi triunghi dreptunghic isoscel FGB. Dacă aria trapezului DEFC este de 150 m^2, calculaţi:



a) Suprafaţa terenului ABCD.

b) Cât la % din aria pătratului AGFE reprezintă aria triunghiului BGF.

c) Terenul ABCD se împrejmuieşte cu gard. Dacă 1 metru de gard costă 30 lei, verificaţi dacă 3700 lei sunt suficienţi pentru împrejmuirea terenului.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.

Nu se acordă punct din oficiu.

CONCURSUL "ŞI EU POT FI BUN LA MATE"
Etapa locală –16 martie 2013
BAREME DE CORECTARE
CLASA a IV-a

SUBIECTUL 1..7 puncte

a …………………………………………………… …………………3,5 p

a) [(2+4)x(6+8)-10+11]+[(9x7+5):(3+1)]x5=
= [6x(6+8)-10+11]+[(9x7+5):(3+1)]x5=…………………………………0.35p
=(6x14-10+11)+[(9x7+5):(3+1)]x5=……………………………………..0,35p
=(84-10+11)+[(9x7+5):(3+1)]x5=………………………………………..0,35p
=(74+11)+[(9x7+5):(3+1)]x5=…………………………………………...0,35p
=85+[(9x7+5):(3+1)]x5=…………………………………………………0,35p
=85+[(63+5):(3+1)]x5=…………………………………………………..0,35p
=85+[68:(3+1)]x5=………………………………………………………0,35p
=85+(68:4)x5=……………………………………………………………0,35p
=85+17x5=………………………………………………………………..0,35p
=85+85=…………………………………………………………………..0,35p
=170

b .....………………………………………………………………3.5 p

1986 – [(a – 104 + 2) x 5 + 3] + 2 x 0 = 373
[(a – 104 + 2) x 5 + 3] + 0 = 1986 – 373 = 1613 ……............................... 0,75p
(a – 104 + 2) x 5 =1610 ....0,75p
a – 104 + 2 = 322 .... 0,75p
a – 104 = 320 .... 0,75p
a = 424..0,50p

SUBIECTUL al II- lea ....7 puncte

a.……………………………………………………………………………3,5 p

a25d …………………………………………..0,5p
cel mai mare 9259...1p
cel mai mic 1250..1p
9259+1250= 10509...0,5p
9259-1250= 8009..0,5p

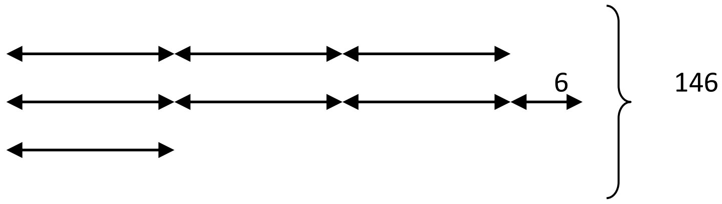
b 3,5p

98 – cel mai mare număr de două cifre diferite...0,5p
2 x 98 = 196 (dublul celui mai mare număr de două cifre diferite)...................0,5p
196 : 4 = 49 (sfertul dublului celui mai mare număr de două cifre diferite)......0,5p
20 – cel mai mic număr cu cifra zecilor 2...0.5p
5 – cel mai mic număr (diferit de 0) care se împarte exact la 5.........................0,5p
20 x 5 = 100 (produsul numerelor 20 şi 5)...0,5p
49 + 100 = 149 (numărul obţinut)...0,5p

SUBIECTUL al III-lea ....7 puncte

a…………………………………………………………………………4p

Reprezentarea grafică: **…………………………………….** 1p



146 – 6 = 140(de 7 ori numărul caietelor de pe al treilea raft) ……….........0,75p
140 : 7 = 20 (numărul caietelor de pe al III-lea raft)……………………….. …0,75p
20 x 3 = 60 (numărul caietelor de pe I raft)……………………………… … .0,75p
60 + 6 = 66 (numărul caietelor de pe al II-lea raft) ……………………………0,75p

b...3 p

1008-72=936 (peri)..0,75p
936+192=1128 (pruni)...0,75p
1008+936+1128=3072 (pomi)...0,75p
3072:8=384 (randuri de pomi)...0,75p

SUBIECTUL al IV-lea...7 puncte

a………………………………………………………………………………4 p

990–(220 + 350 + 300)=120(triplul numărului de cărți care a fost luat de pe fiecare raft.....1p
120 : 3 = 40 (numărul de cărți care a fost luat de pe fiecare raft)……………………………1p
220+ 40= 260 (cărți pe primul raft)…………………………… …………………….. 0,60p
350+ 40=390(cărți pe al doilea raft) ……………………………………………………..0,60p
300+40=340(cărți pe al treilea raft)……………………………………………………..0,60p
Răspuns: 260, 390, 340 cărţi……………………………………………………………0,20p

b...3 p

Prima dată trec persoanele care cântăresc 65kg și 28kg ………………………… …… ….1p

Se întoarce unul dintre ei înapoi………………………………………………………0,5p
Trece persoana care are 90kg……………………………………………………… 0,5p
Se întoarce cel care a rămas prima dată…………………….………… ………………..0,5p
Trec împreună persoanele care cântăresc 65kg și 28kg …………………….……………. .0,5p
Notă: La probleme, orice altă rezolvare corectă, diferită de cele prezentate în barem, primeşte punctajul maxim.

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
“ŞI EU POT FI BUN LA MATE“
Ediţia a VI-a - Etapa locală - 22 martie 2014
Clasa a V-a

Subiectul I

a) Se dau numerele:
$a = (4^{10}:2^{20}+7)^3 : 2^9$
$b = 2\cdot10^3+1 - 2^3\cdot5^3$
$c = 3^4\cdot3^6 - 9^2\cdot9^3$
$d = 2^{18}\cdot3^6\cdot5^{12}$

Cerințe:
i) să se calculeze $(5a+b)^c$;
ii) să se verifice dacă numărul d este cub perfect;
iii) să se afle numărul de zerouri în care se termină numărul d;
iv) rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația: $2^x -34 = 2014$.

b) Ionuț îmi spune: ”De șapte ori vârsta mea de acum 7 ani este egală cu de cinci ori vârsta mea de peste 5 ani.” Câți ani are Ionuț acum?

Barem:

a) $a = 1$
$b = 1001$
$c = 0$
i) $(5+1001)^0 =1$ — 2p
ii) $d = (2^6\cdot3^2\cdot5^4)^3 \rightarrow$ d este cub perfect — 1p
iii) $2^{18}\cdot5^{12} \rightarrow$ 12 zerouri
iv) $2^x = 2048$
$2^x = 2^{11} \rightarrow x=11$ — 1p

b) Fie v = vârsta lui Ionuț.
$7\cdot(v-7) = 5\cdot (v+5)$ — 1p
$2v = 74$ — 1p
$v = 37 \rightarrow$ Ionuț are 37 ani. — 1p

Subiectul II

Se consideră mulţimile :
$A = \{x \in N / 12 + x \le 25 si 2x - 1 > 17\}$ şi $B = \{x \in N / 80 < x^2 < 130\}$

a) Determinaţi A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
b) Determinaţi cardinalul mulţimilor de la punctul a.

Barem :

a) $12 + x \le 25 \quad x \in \{0,1,2,3,4,..........13\}$ ……………………………………………0,5p
$2x - 1 > 17 \quad x \in \{10,11,12..........\}$ ……………………………………………0,5p
$A = \{10,11,12,13\}$ ……………………………………………………………….1p
$B = \{9,10,11\}$…………………………………………………………………………...1p
$A \cap B = \{10,11\}$…………………………………………………………………...1p

$A \cup B = \{9,10,11,12,13\}$ 1p

$A \setminus B = \{12,13\}$, $B \setminus A = \{9\}$ 1p

b) card A = 4

card B = 3..1p

Subiectul III

a) Media aritmetică a trei numere este 21, iar media aritmetică a primelor două numere este 25. Calculaţi numerele, ştiind că al treilea număr este cu 7 mai mic decât dublul primului număr.

b) Arătaţi că A= (1+3+5+7+…………+2013) $\cdot$ 121 este pătrat perfect.

Barem:

a) $\frac{a+b+c}{3} = 21 \Rightarrow a+b+c = 63$ 1p

3

$\frac{a+b}{2} = 25 \Rightarrow a+b = 50$ 0,5p

$c = 63-50 \Rightarrow c = 13$ 0,5p

$c = 2a-7$

$2a-7 = 13 \Rightarrow a = 10$ 0,5p

$b = 40$ 0,5p

b) S= 1+3+5+........+2013

S = 2013+...........+1

2S= 2014 $\cdot$ 1007

S=1007^2 ....2p

A= $1007^2 \cdot 11^2$

A = $(1007 \cdot 11)^2$ patrat perfect 2p

Subiectul IV

a) Împărţind un număr natural la un alt număr natural mai mic decât 2010 se obţine câtul 13 şi restul 2008. Aflaţi deîmpărţitul şi împărţitorul.

b) Determinaţi numărul natural k, dacă $169 + 2 \cdot 169 + 3 \cdot 169 + \ldots + 49 \cdot 169 = k^2$.

c) Aflaţi toate numerele naturale m şi n pentru care:

$$\{n, m, m+6\} = \{1, 7, 11\}$$

Barem:

a) d = i·c+r, $0 \le r < i$ ....(1p)

d = i·13+2008, $2008 < i < 2010$ ....(1p)

rezultă i = 2009, d = 28125..(1p)

b) $169 \cdot (1+2+3+\ldots+49) = 169 \cdot (49 \cdot 50 : 2) = 169 \cdot 49 \cdot 25 =$ ....(1p)

$= 13^2 \cdot 7^2 \cdot 5^2 = (13 \cdot 7 \cdot 5)^2 = 455^2 \Rightarrow k = 455$ ....(1p)

c) Se observă că singura variantă convenabilă este $m = 1$ şi

$n = 11$ ....(2p)

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
“ŞI EU POT FI BUN LA MATE“
Ediţia a VI-a - Etapa locală - 22 martie 2014
Clasa a VI-a

Subiectul I

a) Aflaţi perechile de numere naturale a şi b, ştiind că suma lor este 42, iar cel mai mare divizor comun al lor este 7.

b) Determinaţi x,y,z $\in N^*$ ştiind că x+y, x+z şi y+z sunt invers proporţionale cu numerele 6,8 şi respectiv 4, iar x+y+z=78.

Barem:

a) Notăm numerele cu x si y..0,5p
x+y=42 ……………………………………………...0,5p
x=7a, y=7b; (a,b)=1 ……………………………………………..1p
7a+7b=42, a+b=6 ………………………………………………0,5p
Finalizare : a=1, b=5; x=7, y=35 ……………………………………………1p

b) {x+y; x+z; y+z} ip {6,8,4}
6(x+y) = 8(x+z) =4(y+z)= k……………………………………................0,5p

x+y=$\frac{k}{6}$

x+z=$\frac{k}{8}$

y+z=$\frac{k}{4}$

$\oplus$

2x+2y+2z=$\frac{^{4)}k}{6}+\frac{^{3)}k}{8}+\frac{^{6)}k}{4}$

…………………………………...1p

$2\cdot 78=\frac{13k}{24}$

$k=\frac{2\cdot 78\cdot 24}{13}$

k=288……………………………………………………………...............0,5p

x+y=$\frac{288}{6}=48\Rightarrow x=78-48=30$ ………………….........................0,5p

x+z=$\frac{288}{8}=36\Rightarrow y=78-36=42$………………….........................0,5p

y+z=$\frac{288}{4}=72\Rightarrow z=78-72=6$……………………........................0,5p

Subiectul II

a) Arătaţi că numărul $A=2\cdot 3^n\cdot 7^{n+1}-5\cdot 3^{n+1}\cdot 7^n+3^{n+2}\cdot 7^{n+1}$ este divizibil cu 31, pentru orice $n\in \mathrm{N}$.

b) Determinaţi cel mai mare număr de copii la care se pot împărţi în mod egal 54 de banane şi 72 de portocale.

Barem:

$A=2\cdot 3^n\cdot 7^n\cdot 7^1-5\cdot 3^n\cdot 3^1\cdot 7^n+3^n\cdot 3^2\cdot 7^n\cdot 7$ 1p

$A = 3^n \cdot 7^n (2 \cdot 7 - 5 \cdot 3 + 9 \cdot 7)$ 1p

$A = 3^n \cdot 7^n (14 - 15 + 63)$ 1p

$A = 21^n \cdot 62 \vdots 31$ 1p

b) $54 = 2 \cdot 3^3$ ……………………………………………………………………………1p

$72 = 2^2 \cdot 3^2$

……………………………………………………………………………………………1p

$(54,72) = 2 \cdot 3^2 = 18$ copii……………………………………………………………1p

Subiectul III

Fie un unghi $\angle XOY$ şi punctele A, B $\in (OX$ si C, D $\in$ (OY astfel încât [OA]$\equiv$ [OC] si [OB] $\equiv$[OD] şi OA > OB $AD \cap BC = \{E\}$, demonstraţi că:

a) $[AD] \equiv [BC]$

b) $\Delta AEB \equiv \Delta CED$

c) $[OE$ bisectoarea $\angle BOD$

d) $[EO$ bisectoarea $\angle BED$.

Barem:

a) Demonstrăm că $\Delta AOD \equiv \Delta COB$ (LUL)..1p

$\Rightarrow$ alte congruențe $\Rightarrow [AD] \equiv [BC]$..1p

b) $\Delta ABE \equiv \Delta CDE$ (ULU)...1p

$\Rightarrow$ alte congruențe 1p

c) $\Delta BOE \equiv \Delta DOE$ (LLL)...1p

$\Rightarrow \angle BOE \equiv \angle DOE \Rightarrow [OE$ bis...1p

d) $\Rightarrow \angle BEO \equiv \angle DEO \Rightarrow [EO$ bis...1p

Subiectul IV

Înălțimile BE și CF ale triunghiului ABC, E $\in [AC]$ și $F \in [AB]$ se prelungesc cu segmentele [ME] $\equiv$[BE] și [NF]$\equiv$[FC]. Știind că $m(\angle A) = 60^\circ$ arătați că:

a) Triunghiurile ABM și ACN sunt isoscele.
b) Punctele M, A, N sunt coliniare.
c) MN=AB+AC.

Barem:

a) 1) Comparăm ΔAEB cu $\Delta AEM \Rightarrow \Delta AEM \equiv \Delta AEB \Rightarrow AB = AM \Rightarrow \Delta ABM$ isoscel 1p

2) Comparăm ΔAFC cu $\Delta AFN \Rightarrow \Delta AFC \equiv \Delta AFN \Rightarrow AN = AC \Rightarrow \Delta ANC$ isoscel.......................1p

b) Din comp 1) $\Rightarrow m(\angle MAE) = M(\angle BAE) = 60^\circ$ 1p

Din comp 2) $\Rightarrow m(\angle NAF) = M(\angle CAF) = 60^\circ$ 1p

$m(\angle NAM) = 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow N, A., M$ coliniare 1p

c) Din comp 1) $\Rightarrow AM = AB$

Din comp 2) $\Rightarrow AN = AC$ 1p

MN = AM+AN$\Rightarrow$

MN=AB+AC……………………………………………………………………………...1p

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

“ŞI EU POT FI BUN LA MATE“

Ediţia a VI-a - Etapa locală - 22 martie 2014

Clasa a VII-a

Subiectul I

a) Calculați : $[1,(5)+0,(6)]\cdot(-1,8)+\left(2\frac{1}{6}-3\frac{7}{15}\right):0,1(4)$.

b) Aflați media geometrică şi media aritmetică a numerelor a şi b, unde

$a=(2\sqrt{2}+\sqrt{3})\cdot 2\sqrt{2}-\sqrt{24}-(\sqrt{3}-1)^2$, $b=4-2\sqrt{3}$.

Barem:

a) $\left(1\frac{5}{9}+\frac{6}{9}\right)\cdot\left(-\frac{18}{10}\right)+\left(\frac{^{5)}13}{6}-\frac{^{2)}52}{15}\right):\frac{14-1}{90}$ 1p

$1\frac{11}{9}\cdot\left(-\frac{18}{10}\right)+\left(\frac{65}{30}-\frac{104}{30}\right)\cdot\frac{90}{13}=$ 1p

$\frac{20}{9}\cdot\left(-\frac{18}{10}\right)+\left(-\frac{39}{30}\right)\cdot\frac{90}{13}=$ 1p

$-4+(-9)=-13$ 0,5p

b) $a=(2\sqrt{2}+\sqrt{3})\cdot 2\sqrt{2}-\sqrt{24}-(\sqrt{3}-1)^2=8+2\sqrt{6}-2\sqrt{6}-3-1+2\sqrt{3}$

$=4+2\sqrt{3}$ 1p

$M_g=\sqrt{a\cdot b}$ 0,5p

$M_g=\sqrt{(4+2\sqrt{3})\cdot(4-2\sqrt{3})}=2$............1p

$M_a=\frac{a+b}{2}$ 0,5p

$M_a=\frac{4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}}{2}=4$ 0,5p

Subiectul II

a) Arătaţi că $a=2\cdot(1+2+3+.......+2013)\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+.....+\frac{1}{2013\cdot 2014}\right)$ este pătrat perfect.

b) Calculaţi suma S = $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2\cdot 3}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{3\cdot 4}}+\ldots+\frac{\sqrt{99}-\sqrt{98}}{\sqrt{98\cdot 99}}$ şi demonstraţi că $\left(S^2+\frac{2}{\sqrt{198}}\right)\in\mathbb{Q}$.

Barem:

a) $1+2+3+........+2013=\frac{2013\cdot 2014}{2}$ 1p

$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+..............+\frac{1}{2013\cdot 2014}=\frac{2013}{2014}$ 1p

finalizare $a=2013^2$ 1p

b) Se foloseşte relaţia $\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$.

$S = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \ldots \frac{1}{\sqrt{98}} - \frac{1}{\sqrt{99}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{99}-\sqrt{2}}{\sqrt{198}}$ ………………………………………….2p

Rezultă: $\left(S^2 + \frac{2}{\sqrt{198}} \right) = \left(\frac{\sqrt{99}-\sqrt{2}}{\sqrt{198}}\right)^2 + \frac{2}{\sqrt{198}} = \frac{101-2\sqrt{198}}{198} + \frac{2}{\sqrt{198}} =$……………………..1p

$= \frac{101-2\sqrt{198}}{198} + \frac{2\sqrt{198}}{198} =$…………………………………………………………..0,5p

$= \frac{101}{198} \in Q$ ………………………………………………………………………..0,5p

Subiectul III

În triunghiul ABC cu AB = 25 cm, BC = 18 cm și CA= 20 cm, construim bisectoarea AD, $D \in (BC)$ şi construim punctele $E \in (AB)$ şi $F \in (AC)$ astfel încât $[BD] \equiv [BE]$ şi $[CD] \equiv [CF]$.

a) Aflaţi BD şi CD;

b) Arătaţi că EF || BC.

c) Calculaţi perimetrul Δ AEF.

Barem

a) $[AD$ bis $\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$ 1p

BD = 10 cm, DC = 8 cm 1p

b) $BE = BD = 10cm \Rightarrow AE = 15cm$ 1p

DC = CF = 8 cm $\Rightarrow$ AF =12 cm 1p

$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

$\frac{15}{25} = \frac{12}{20}$ (A) $\Rightarrow$ EF || BC ………………………………………………………………..1p

FF $\approx \Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow EF = 10{,}8cm$ ……………………………………………………1p

$P_{\Delta AEF}$ =37,8 cm……………………………………………………………………....1p

Subiectul IV

În triunghiul ABC, M este mijlocul laturii BC. Mediana AM formează cu BC un unghi cu măsura de 45° și împarte unghiul A în două unghiuri care au raportul măsurilor $\frac{2}{7}$. Știind că m(∡ACB) = 2m(∡ABC), arătați că $AB\sqrt{2}$ = BC.

Barem

Notăm m(∡ABC) = x° => m(∡ACB) = 2x° apoi m(∡BAM) = 45° – x° (măsura unghiului exterior ΔABM) și m(∡MAC) = $\frac{7(45° - x°)}{2}$.

În ΔABC se face suma măsurilor unghiurilor x° + 45° – x° + $\frac{7(45° - x°)}{2}$ + 2x° = 180°. Ecuația are rădăcina x° = 15°.

De aici avem ΔABM ~ ΔABC și finalizare $AB\sqrt{2}$ = BC.

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
“ŞI EU POT FI BUN LA MATE“
Ediţia a VI-a - Etapa locală - 22 martie 2014
Clasa a VIII-a

Subiectul I

a) Se considera multimile $A=\{x\in R/-4<\frac{3x+1}{2}<2\}$ si $B=\{x\in R/|2x+1|\le 3\}$. Calculați card $(A\cap B)\cap Z^*$.

b) Calculati a^{2014} unde :

$$a=\left(\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{8}}\right)\cdot\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2}.$$

Barem:

a) $-4<\frac{3x+1}{2}<2\,|\cdot 2$

$-8<3x+1<4\,|-1$

$-9<3x<3\,|:3$

$-3<x<1$

$A=(-3,1)$ 1p

$|2x+1|\le 3$

$-3\le 2x+1\le 3\,|-1$

$-4\le 2x\le 2\,|:2$

$-2\le x\le 1$

$B=[-2,1]$ 1p

$A\cap B=[-2,1)$ 0,5p

$(A\cap B)\cap Z^*=\{-2,-1\}$ 0,5p

$card(A\cap B)\cap Z^*=2$ 0,5p

b)Se raționalizează cu conjugatul numitorului 0,5p

$(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})=(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2=12-18=-6$ 1p

$-\frac{6}{6}=-1$ 0,5p

$a=(\sqrt{5}-\sqrt{4}+\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{6}+\sqrt{8}-\sqrt{7}+\sqrt{9}-\sqrt{8})\cdot(-1)$ 0,5p

$a=(-2+3)\cdot(-1)$

$a=-1$ 0,5p

$a^{2014}=(-1)^{2014}=1$ 0,5p

Subiectul II

Fie $E(x)=\left[\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}+\frac{2x^2}{x^3-x^2+x-1}\right):\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x^2-x-6}{x^2-4x+3}\right]:\frac{2x^2+5x+2}{x^3-6x^2+5x}$.

a) Arătaţi că E(x) = $\frac{5-x}{x+2}$.

b) Stabiliţi domeniul maxim de definiţie.

c) Determinaţi valorile întregi ale lui x pentru care E(x) $\in Z$

d) Determinaţi valorile raţionale ale lui x pentru care E(x) este echiunitară.

Barem:

a) E(x) = $\frac{5-x}{x+2}$ 3p

b) $x \in R \setminus \left\{-2,-1,-\frac{1}{2},0,1,3,5\right\}$ 1p

c) $\frac{5-x}{x+2} \in Z \Rightarrow$ x+2 / 5-x

x+2 /x+2 $\Rightarrow x+2/7$, x$\in \{-3,-9\}$..2p

d) x+2 = 5-x

2x = 3

x=$\frac{3}{2}$ 1p

Subiectul III

a) ABCD pătrat, AA' $\perp (ABC)$ cu AA'=$3\sqrt{2}$ cm de latură 6 cm CC' $\perp (ABC)$ cu CC'= $3\sqrt{6}$ cm, $AC \cap BD = \{0\}$. Aflaţi măsura unghiului diedru format de planele (A'BD) şi (C'BD).

b) Suma tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic este de 100 cm, iar lungimea diagonalei este de $10\sqrt{2}$ cm. Calculaţi aria totală a paralelipipedului.

Barem:

a) $\Delta A'AO$

m($\angle A) = 90^\circ \Rightarrow m(\angle A'OA) = 45^\circ$ 0,5p

$\Delta C'CO$

$m(\angle C) = 90^\circ \Rightarrow m(\angle C'OC) = 60^\circ$ 1p

Demonstrarea unghiului diedru $\angle A'OC'$ 1p

Aflarea lui $m(\angle A'OC') = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ 0,5p

b) $4a + 4b + 4c = 100cm$ 0,5p

$a + b + c = 25cm$ 0,5p

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ 0,5p

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ 0,5p

$25^2 = (10\sqrt{2})^2 + A_t$ 0,5p

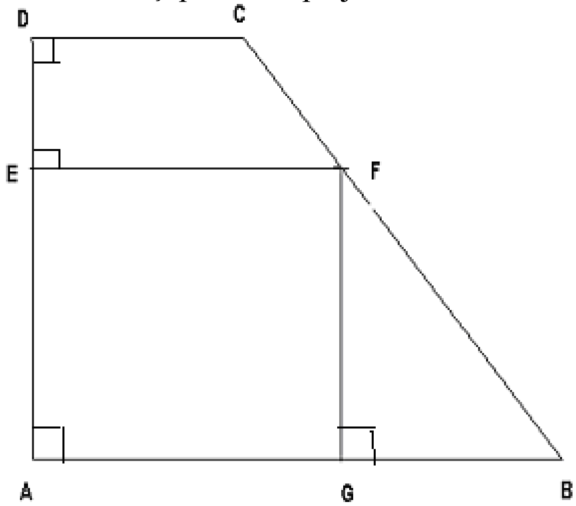
$625 = 200 + A_t$ 0,5p

$A_t = 425cm^2$ 0,5p

Subiectul IV

Figura alăturată reprezintă schema un teren agricol în formă de trapez dreptunghic cu AB şi CD baze şi $\prec$A= 90 ^{0} , iar AD= 30 m , DC = 10 m. Suprafaţa acestui teren a fost împărţită în trei parcele care au forma de pătrat AGFE, trapez dreptunghic DEFC şi triunghi dreptunghic isoscel FGB. Dacă aria trapezului DEFC este de 150 m^2, calculaţi:

a) Suprafaţa terenului ABCD.
b) Cât la % din aria pătratului AGFE reprezintă aria triunghiului BGF.
c) Terenul ABCD se împrejmuieşte cu gard. Dacă 1 metru de gard costă 30 lei, verificaţi dacă 3700 lei sunt suficienţi pentru împrejmuirea terenului .



Barem:

a) Fie GF=x $\Rightarrow$ AG=EF=AE=BG=x $\Rightarrow$ ……………………………………………………1p

DE= 30-x $\Rightarrow$ $A_{EFCD} = \dfrac{(x+10)(30-x)}{2} = 150$

x= 20 $\Rightarrow$ AB= 40 $\Rightarrow$
Aria ABCD=750 m^2 ....2p

b) $A\Delta$BGF = 200 m^2

Aria AGFE=400 m^2
50%...2p

c)calculează BC= $30\sqrt{2}$ m

P= 80m +$30\sqrt{2}$ m

Aproximează $\sqrt{2} \cong 1{,}41$ şi calculează P≅122,3 m
Calculează costul total ≅3669 lei <3700 lei...2p