

CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
„OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA”

-etapa județeană-

8.03.2014, clasa a VIII-a

**Subiectul I.**

a) Calculați :

$$s = \frac{1}{\sqrt{2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{400+\sqrt{399}}}$$

b) Se consideră:

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{1\cdot 2}}} + \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{2\cdot 3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+1+2\sqrt{n(n+1)}}}$$

Calculați  $1 + S_n$ .

G.M. nr. 12/2013

**Subiectul II.**

a) Arătați că dacă :

$8abc - 4ab - 4bc - 4ca + 2a + 2b + 2c - 1 = 0$  atunci cel puțin unul dintre numerele  $a, b, c$  este egal cu  $\frac{1}{2}$ .

b) Arătați că dacă  $a = 2^{2014}$ ,  $b = 3^{2014}$  și  $c = 6^{-2014}$  atunci :

$$\frac{1}{ab+a+1} + \frac{1}{bc+b+1} + \frac{1}{ca+c+1} = 1$$

**Subiectul III.**

În paralelogramul ABCD se dă  $AB = \sqrt{2}$  cm,  $AD = 2\sqrt{2}$  cm și  $m(\angle ABC) = 60^\circ$ . Fie  $AM \perp (ABC)$ ,  $AM = \sqrt{10}$  cm.

a) Arătați că  $AB \perp (MAC)$

b) Calculați distanța de la punctul M la dreapta CD.

**Subiectul IV.**

Se consideră o cutie din carton care are forma unei prisme triunghiulare regulate  $ABCA'B'C'$  cu  $AB = 24$  cm și  $AA' = 32$  cm.

a) Calculați cotangenta unghiului determinat de planele  $(ABC)$  și  $(A'B'C')$ .

b) O furnică se deplasează pe fețele prisme, în linie dreaptă, pe traseul  $M \rightarrow N \rightarrow C' \rightarrow B$  unde  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $[AB]$  și respectiv  $[A'B']$ . Arătați că lungimea traseului parcurs de furnică este mai mic decât 93 cm.

**Notă:** -Toate subiectele sunt obligatorii;

-Fiecare subiect se notează cu maxim 7 puncte;

-Nu se acordă puncte din oficiu;

-Timp efectiv de lucru 3 ore.

Subiect propus de prof. Stela Pop,

Școala Gimnazială " Lucian Blaga " Bistrița