

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Simulare pentru elevii clasei a XI-a**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADAT**

**(30 pont)**

- 5p** 1. Határozd meg az  $x$  valós számot tudva azt, hogy a 4, 36 és  $x$  számok mértani haladványban vannak!
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + a$  függvény, ahol  $a$  egy valós szám. Határozd meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $(f \circ f)(x) = x$ , bármely  $x$  valós szám esetén!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $3^{-x+2} = \sqrt{3}$  egyenletet!
- 5p** 4. Határozd meg az  $M = \{1, 2, 3, 4\}$  halmaz legfennebb 3 elemű részalmazainak számát!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adott az  $A(2, -3)$  pont és a  $d: 2x + y - 5 = 0$  egyenes. Határozd meg az  $A$  ponton átmenő, és  $d$  egyenesre merőleges egyenes egyenletét!
- 5p** 6. Tudva, hogy  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  és  $\cos x = \frac{3\sqrt{5}}{7}$ , számítsd ki  $\sin 2x$  értékét!

**II. FELADAT**

**(30 pont)**

- 5p** 1. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adottak az  $O(0,0)$ ,  $A(0,2)$ ,  $B(3,5)$  és  $C(6,8)$  pontok.
- 5p** a) Határozd meg az  $AC$  egyenes egyenletét!
- 5p** b) Vizsgáld meg, hogy az  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontok kollineárisak-e!
- 5p** c) Igazold, hogy az  $AOB$  háromszög területe egyenlő a  $BOC$  háromszög területével!
- 5p** 2. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p** a) Számítsd ki:  $2A + 2B$ .
- 5p** b) Igazold, hogy  $(A - B) \cdot (B - A) = -8I_2$ .
- 5p** c) Határozd meg azt az  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$  mátrixot, amelyre  $A \cdot X = X \cdot B$ .

**III. FELADAT**

**(30 pont)**

- 5p** 1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln \frac{x}{x+e}$  függvény.
- 5p** a) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$  határértéket!
- 5p** b) Igazold, hogy az  $x=0$  egyenletű egyenes az  $f$  függvény grafikus képének függőleges aszimptotája!
- 5p** c) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képe aszimptotájának egyenletét  $+\infty$ -ben!
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x-6, & x \leq 2 \\ x^2 - a, & x > 2 \end{cases}$  függvény, ahol  $a$  egy valós szám.
- 5p** a) Határozd meg az  $a$  valós számot, tudva, hogy az  $f$  függvény folytonos az  $x=2$  pontban.
- 5p** b) Oldd meg az  $f(x) = 0$  egyenletet, ha  $a = 8$ .
- 5p** c) Határozd meg az  $f$  függvény előjelét, ha  $a = 8$ .