

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Simulare pentru elevii clasei a XI-a**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**ЗАВДАННЯ I**

**(30 балів)**

- 56 1. Обчисліть  $z + \bar{z}$ , якщо відомо, що  $z = 3 + 4i$  і  $\bar{z}$  є спряженим комплексного числа  $z$ .
- 56 2. Визначте дійсне додатне число  $m$ , для якого пряма  $x = 2$  є віссю симетрії графіка функції  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - (m^2 - 1)x + 3$ .
- 56 3. Розв'яжіть на множині дійсних чисел рівняння  $\log_2(2x - 1) = 2\log_2 x$ .
- 56 4. Визначте, скільки натуральних чисел  $\overline{abc}$  з ненульовими  $a, b$  і  $c$ , мають суму цифр рівну 5.
- 56 5. Дано трикутник  $ABC$  і точка  $D$ , так що  $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ . Визначте дійсне число  $p$ , для якого  $\overrightarrow{AD} = p(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ .
- 56 6. Обчисліть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ , знаючи, що  $AC = 6$  і  $\cos B = \frac{4}{5}$ .

**ЗАВДАННЯ II**

**(30 балів)**

1. Дано визначник  $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2 + 1 & y^2 + 1 & 5 \end{vmatrix}$ , де  $x$  і  $y$  дійсні числа.
- 56 а) Обчисліть  $D(1, -1)$ .
- 56 б) Докажіть,  $D(x, y) = (x - 2)(y - 2)(y - x)$ , для будь-яких дійсних чисел  $x$  і  $y$ .
- 56 в) Визначте дійсні числа  $x$ , для яких  $D(2^x, 4^x) = 0$ .
2. Дано матрицю  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x$  дійсне число.
- 56 а) Обчисліть  $A(1) - A(-2)$ .
- 56 б) Докажіть, що  $A(n)$  є оборотною для будь-якого натурального числа  $n$ ,  $n \neq 1$ .
- 56 в) Знайдіть обернену до матриці  $A(0)$ .

**ЗАВДАННЯ III**

**(30 балів)**

1. Дано ряд дійсних чисел  $(a_n)_{n \geq 1}$ ,  $a_n = \frac{n+1}{n^2}$ .
- 56 а) Докажіть, що  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ , для будь-якого ненульового натурального числа  $n$ .
- 56 б) Докажіть, що ряд  $(a_n)_{n \geq 1}$  є обмеженим.
- 56 в) Обчисліть  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (na_n)^{\sqrt{n^2+2}}$ .
2. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 2 \\ 0, & x = 2 \\ \frac{x-b}{2x+1}, & x > 2 \end{cases}$ , де  $a$  і  $b$  дійсні числа.
- 56 а) Визначте рівняння асимптоти до графіка функції  $f$ , яка прямує до  $+\infty$ .
- 56 б) Визначте дійсні числа  $a$  і  $b$ , для яких функція  $f$  є неперервною на  $\mathbb{R}$ .
- 56 в) Для  $b = 2$  на множині  $(2, +\infty)$  розв'яжіть нерівність  $(7 \cdot f(x) - 1)(2^x - 16) \leq 0$ .