

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare pentru elevii clasei a XI-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ÚLOHA I

(30 bodov)

- 5b** 1. Vypočítajte $z + \bar{z}$, vediac, že $z = 3 + 4i$ a \bar{z} je komplexné združené číslo so z .
- 5b** 2. Nájdite kladné reálne číslo m , pre ktoré priamka $x = 2$ je osou symetrie grafu funkcie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = 2x^2 - (m^2 - 1)x + 3$.
- 5b** 3. Riešte v množine reálnych čísel rovnicu $\log_2(2x - 1) = 2\log_2 x$.
- 5b** 4. Nájdite počet prirodzených čísel \overline{abc} , kde a, b i c sú rôzne od nuly, a súčet číslic je 5.
- 5b** 5. Je daný trojuholník ABC a bod D tak, že $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$. Nájdite reálne číslo p pre ktoré
 $\overrightarrow{AD} = p(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
- 5b** 6. Vypočítajte polomer opísanej kružnice trojuholníka ABC , vediac, že $AC = 6$ a $\cos B = \frac{4}{5}$.

ÚLOHA II.

(30 bodov)

1. Majme determinant $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2 + 1 & y^2 + 1 & 5 \end{vmatrix}$, kde x a y sú reálne čísla.
- 5b** a) Vypočítajte $D(1, -1)$.
- 5b** b) Ukážte, že $D(x, y) = (x - 2)(y - 2)(y - x)$, pre ľubovoľné reálne čísla x a y .
- 5b** c) Nájdite reálne čísla x pre ktoré $D(2^x, 4^x) = 0$.
2. Je daná matica $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$, kde x je reálne číslo.
- 5b** a) Vypočítajte $A(1) - A(-2)$.
- 5b** b) Dokážte, že $A(n)$ je invertovateľná pre každé prirodzené číslo n , $n \neq 1$.
- 5b** c) Nájdite inverznú maticu k matici $A(0)$.

ÚLOHA III.

(30 bodov)

1. Je daná postupnosť reálnych čísel $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{n+1}{n^2}$.
- 5b** a) Ukážte, že $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, pre ľubovoľné nenulové prirodzené číslo n .
- 5b** b) Dokážte, že postupnosť $(a_n)_{n \geq 1}$ je ohraničená.
- 5b** c) Vypočítajte $\lim_{n \rightarrow +\infty} (na_n)^{\sqrt{n^2+2}}$.
2. Je daná funkcia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 2 \\ 0, & x = 2 \\ \frac{x-b}{2x+1}, & x > 2 \end{cases}$, kde a i b sú reálne čísla.
- 5b** a) Nájdite rovnicu asymptoty do $+\infty$ ku grafu funkcie f .
- 5b** b) Nájdite reálne čísla a i b , pre ktoré funkcia f je spojitá na \mathbb{R} .
- 5b** c) Pre $b = 2$, riešte v množine $(2, +\infty)$ nerovnicu $(7 \cdot f(x) - 1)(2^x - 16) \leq 0$.