

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Simulare pentru elevii clasei a XI-a

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I.FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Számítsd ki  $z + \bar{z}$  értékét tudva azt, hogy  $z = 3 + 4i$  és  $\bar{z}$  a  $z$  komplex szám konjugáltját jelöli.
- 5p 2. Határozd meg az  $m$  pozitív valós számot, amelyre az  $x = 2$  egyenes az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - (m^2 - 1)x + 3$  függvény grafikus képének a szimmetriatengelye.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\log_2(2x - 1) = 2 \log_2 x$  egyenletet!
- 5p 4. Hány darab olyan  $\overline{abc}$  természetes szám van, amelyek számjegyeinek összege 5, valamint  $a, b$  és  $c$  nullától különböző számjegyek?
- 5p 5. Adott az  $ABC$  háromszög, valamint a  $D$  pont úgy, hogy  $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ . Határozd meg azt a  $p$  valós számot, amelyre  $\overrightarrow{AD} = p(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ .
- 5p 6. Számítsd ki az  $ABC$  háromszög köré írt kör sugarát, tudva azt, hogy  $AC = 6$  és  $\cos B = \frac{4}{5}$ .

II.FELADAT

(30 pont)

1. Adott a  $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2 + 1 & y^2 + 1 & 5 \end{vmatrix}$  determináns, ahol  $x$  és  $y$  valós számok.
- 5p a) Számítsd ki  $D(1, -1)$  értékét!
- 5p b) Igazold, hogy  $D(x, y) = (x - 2)(y - 2)(y - x)$ , bármely  $x$  és  $y$  valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg azon  $x$  valós számokat, amelyekre  $D(2^x, 4^x) = 0$ .
2. Adott az  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $x$  valós szám.
- 5p a) Számítsd ki  $A(1) - A(-2)$  értékét!
- 5p b) Igazold, hogy  $A(n)$  invertálható mátrix, bármely  $n$ ,  $n \neq 1$  természetes szám esetén!
- 5p c) Számítsd ki az  $A(0)$  mátrix inverzét!

III.FELADAT

(30 pont)

1. Adott az  $(a_n)_{n \geq 1}$ ,  $a_n = \frac{n+1}{n^2}$  valós számsorozat.
- 5p a) Igazold, hogy  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ , bármely  $n$  nullától különböző természetes szám esetén!
- 5p b) Igazold, hogy az  $(a_n)_{n \geq 1}$  sorozat korlátos!
- 5p c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (na_n)^{\sqrt{n^2+2}}$  határértéket!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 2 \\ 0, & x = 2 \\ \frac{x-b}{2x+1}, & x > 2 \end{cases}$  függvény, ahol  $a$  és  $b$  valós számok.
- 5p a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képe aszimptotájának egyenletét  $+\infty$ -ben!

- 
- 5p** | **b)** Határozd meg az  $a$  és  $b$  valós számokat, amelyekre az  $f$  függvény folytonos a valós számok halmazán!
- 5p** | **c)** Ha  $b = 2$ , oldd meg a  $(2, +\infty)$  halmazon a  $(7 \cdot f(x) - 1)(2^x - 16) \leq 0$  egyenlőtlenséget!