

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p** 1. Bestimme die reellen Zahlen a und b , wenn $\frac{1+i}{1-i} = a + ib$ und $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte des Schaubildes der Funktion f mit den Koordinatenachsen, wobei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$.
- 5p** 3. Löse die Gleichung $9^{\frac{x+2}{2}} + 3^{x+1} = 36$ in der Menge der reellen Zahlen.
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte zweistellige natürliche Zahl die Ziffer 6 nicht enthält.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(-1, 2)$, $B(2, 3)$ und $C(0, -2)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Bestimme die Gleichung der Parallelen zu AB , die durch C geht.
- 5p** 6. Bestimme $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, sodass $\frac{1 + \sin x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{\cos x}$.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$, für jede reelle Zahl a .
- 5p** b) Berechne die Umkehrmatrix der Matrix $A(-1)$ in $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
- 5p** c) Berechne die natürlichen Zahlenpaare (a, b) , sodass die Summe der Elemente der Matrix $A(a) \cdot A(b)$ gleich 24 ist.
2. Man definiert in der Menge der reellen Zahlen die Verknüpfung $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$. Die Verknüpfung „ $*$ “ ist assoziativ und hat ein neutrales Element.
- 5p** a) Zeige, dass $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$, für alle reelle Zahlen x und y .
- 5p** b) Berechne $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$.
- 5p** c) Berechne die reellen Zahlen x , die gleich sind mit ihrem symmetrischen Element in Bezug auf die Verknüpfung „ $*$ “.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$.
- 5p** a) Bestimme die Gleichung der schiefen Asymptote des Schaubildes der Funktion f .
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x = 2$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.
- 5p** c) Berechne $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{x+3}$.
2. Gegeben ist die Zahl $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$, für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n .
- 5p** a) Berechne I_1 .

- 5p** | **b)** Zeige, dass $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n .
- 5p** | **c)** Zeige, dass $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$.