OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 16 Februarie 2014

Clasa a V a

Subiectul I

Determinaţi numerele naturale x şi y ştiind că diferenţa lor este 800, iar câtul împărţirii numărului x la y este 20 şi restul nenul.

Subiectul II

Se consideră şirul 1, 9, 35, 91, 189, ...

a) Arătaţi că numărul 189 poate fi scris ca sumă de două cuburi perfecte.

b) Aflaţi următorii doi termeni ai şirului.

c) Determinaţi ultimele trei cifre ale termenului al 1001-lea.

Subiectul III

Fie numărul $n = 9 + 99 + 999 + ... + \underbrace{99...9}_{2014\ cifre} + 2014$.

a) Arătaţi că numărul n este divizibil cu 10.

b) Aflaţi câtul şi restul împărţirii numărului n la 111.

SGM – OCTOMBRIE 2013

NOTA:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se noteaza cu 0 - 7 puncte
- Nu se acorda puncte din oficiu
- Timp efectiv de lucru 2 ore

Str. 1 Decembrie nr.5
420080, Bistrița, Jud B-N
Tel: +40 (0)263 213529
Fax: +40 (0)263 216654
www.isjbn.ro

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-CLASA a VI-a

1. Rezolvaţi ecuaţiile:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\cdots+\frac{1}{x(x+1)}=\frac{2014}{2015}$

b) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30})^x=\frac{125}{216}$

2. Se consideră şirul $S=a_0,a_1,a_2,a_3,a_4,$ unde $a_0=1;\ a_1=3;\ a_2=15;\ a_3=255.$ Determinaţi valoarea lui a_4 şi arătaţi că valoarea raportului $\frac{a_4}{a_3}$ este număr prim.

3. Se dă unghiul alungit $\widehat{AOB}$ şi punctele C şi D situate în semiplane opuse faţă de dreapta AB, astfel încât $m(\widehat{COD})=80^0$.

a) Dacă $[ON$ este bisectoarea unghiului AOC, şi $[OM$ este bisectoarea unghiului BOD şi $m(\widehat{BOC})=140^0 15' 30''$, calculaţi $m(\widehat{MON})$.

b) Dacă $[OE$ este semidreapta opusă semidreptei $[OD$, calculaţi $m(\widehat{BOE})$.

Gazeta matematică,
Supliment cu exerciţii- Decembrie, 2013

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 0- 7 puncte
Nu se acordă puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru 2 ore

Str. 1 Decembrie nr.5, Cod 420080, Bistriţa, Jud. B-N
Tel: +40 (0)263 213529
Fax: +40 (0)263 216654
www.isjbn.ro

Olimpiada națională de matematică- clasa a VII-a
Etapa locală- 16 februarie 2014

SUBIECTUL 1.

Aflați numerele întregi x, diferite de -1, astfel încât $\sqrt{\frac{x-2010}{x+1}}$ să fie număr întreg.

Cioancă Monica, C.N. Liviu Rebreanu, Bistrița

SUBIECTUL 2.

Fie ABC un triunghi și M mijlocul lui [BC] . Dacă P este un punct astfel încât $M \in (AP)$ și triunghiurile ABM și PBM au aceeași arie, stabiliți natura patrulaterului ABPC.

Suplimentul Gazetei Matematice, decembrie, 2013

SUBIECTUL 3.

Considerăm numerele raționale:

$$a = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+2013}$$ și

$$b = \frac{3}{1\cdot 4} + \frac{5}{2^2\cdot 3^2} + \frac{7}{12^2} + \frac{9}{20^2} + \cdots + \frac{89}{1980^2}$$

Arătați că numărul $c = \sqrt{2 \cdot \frac{1-b}{1-a}}$ este irațional.

****

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.
Nu se acordă puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru 2 ore.

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 16 Februarie 2014

Clasa a VIII a

1. Dacă n este număr natural nenul atunci fie numărul:

$$A=\sqrt{1}+\sqrt{1+3}+\sqrt{1+3+5}+\sqrt{1+3+5+7}+\ldots.+\sqrt{1+3+5+\ldots+2n-1}$$

a) Arătaţi că numărul $\sqrt{8A+1}$ este raţional, pentru orice $n \in \mathbb{N}-\{0\}$.

b) Arătaţi că numărul $\sqrt{2A+1}$ este iraţional, pentru orice $n \in \mathbb{N}-\{0\}$

Horaţiu Morar, Şcoala Gimnazială Ştefan cel Mare, Bistriţa

2. Arătaţi că $\sqrt{2008\cdot 2010\cdot 2012\cdot 2014+16}\in \mathbb{N}$

Daniel Stanciu şi Elisabeta Stanciu, Beclean

3. 3. În paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, M este mijlocul muchiei CC'. Ştiind că $AB = 3cm$, $BC=\sqrt{15}cm$ şi $AA' = 2cm$, aflaţi aria triunghiului $A'BM$ şi distanţa de la M la $A'B$.

SGM nr. 11/2013