

## Olimpiada de matematică-Etapa locală

### Clasa a VIII-a

Craiova, 16 februarie 2014

**Problema 1.** Să se demonstreze că pentru orice numere reale  $a$  și  $b$  avem inegalitatea

$$a^2 + b^2 - ab - a - b + 1 \geq 0.$$

Să se găsească  $a$  și  $b$  astfel încât în relația de mai sus să avem egalitate.

\*\*\*

**Problema 2.** În paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  notăm cu  $M$ ,  $N$ , respectiv  $P$  proiecțiile punctului  $C$  pe dreptele  $AB'$ ,  $AD'$ , respectiv  $B'D'$ . Demonstrați că dreptele  $AP$ ,  $B'N$  și  $D'M$  sunt concurente.

GM 3/2012

**Problema 3.** Să se afle numărul natural  $n$  ce verifică relația

$$\left[ \frac{2n^2}{n+1} \right] = n,$$

unde, pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ ,  $[x]$  reprezintă partea întregă a lui  $x$ .

\*\*\*

**Problema 4.** Considerăm tetradrul  $ABCD$  cu  $BC \perp CD$  și  $\|BC\| = \|CD\|$ . Fie  $M$  mijlocul segmentului  $[BD]$ . Să se arate că dacă  $AM \perp BC$ , atunci  $\|AB\| = \|AC\|$ .

\*\*\*

**Notă:**

1. Timp de lucru: 3 ore
2. Toate subiectele sunt obligatorii
3. Fiecare problemă se va nota cu puncte de la 1 la 7 (un punct din oficiu)