MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

ŞCOALA GIMNAZIALA nr. 56 – BUCUREŞTI

Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii Gimnaziale nr. 56
Ediţia a XIII - a, 25.01.2014

Clasa a V -a

1. Dacă la o împărţire de numere naturale mărim deîmpărţitul cu 35 şi împărţitorul cu 5, constatăm că, la noua împărţire, obţinem acelaşi cât şi acelaşi rest ca la împărţirea iniţială. Determinaţi câtul împărţirii.

2. **a)** Să se arate că dacă n este număr natural, iar numerele $2n+1$ şi $3n+1$ sunt simultan pătrate perfecte, atunci n se divide cu 5.
b) Determinaţi cel mai mic număr natural nenul n, pentru care numerele $2n+1$ şi $3n+1$ sunt simultan pătrate perfecte.

3. Mai mulţi elevi, fete şi băieţi, sunt aşezaţi pe un singur rând, în ordinea descrescătoare a înălţimii. Între oricare doi băieţi consecutivi sunt aşezate câte trei fete, iar orice grup de trei fete consecutive este încadrat de câte doi băieţi. Dacă cel mai înalt elev din grup este băiat, iar numărul de fete este cu 50 mai mare decât cel al băieţilor, determinaţi numărul total al elevilor.

4. Dacă împărţim un număr natural n, pe rând, la 11, 13 şi 17, suma resturilor obţinute este egală cu 38. Arătaţi că numărul $n+2432$ se divide cu 2431.

SUCCES!

Notă:
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
- Timp de lucru efectiv : 2 ore.

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

ŞCOALA GIMNAZIALA nr. 56 – BUCUREŞTI

Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii gimnaziale nr. 56
Ediţia a XIII - a, 25.01.2014

Soluţii şi bareme clasa a V – a

1.	Avem: $D = I \cdot C + R,\ 0 \le R < I$ pentru împărţirea iniţială şi	**1p**
	$D + 35 = (I + 5) \cdot C + R,\ 0 \le R < I + 5$ pentru a doua împărţire,	**2p**
	Ultima relaţie se scrie $D + 35 = I \cdot C + 5 \cdot + R,\ 0 \le R < I + 5$	**2p**
	Prin comparaţie cu prima relaţie, obţinem $5C = 35$, de unde $C = 7$	**2p**
2.	**a)** Putem analiza cazurile după ultima cifră a lui *n*: dacă $u(n) \in \{1,3,6,8\}$, atunci $u(2n+1) \in \{3,7\}$, deci $2n+1$ nu este pătrat perfect	**3p**
	dacă $u(n) \in \{2,4\}$, atunci $u(3n+1) \in \{3,7\}$, deci $3n+1$ nu este pătrat perfect, prin urmare $u(n) \in \{0,5\}$, deci *n* se divide cu 5.	**2p**
	b) Verificând, în ordine, multiplii lui 5, obţinem, pentru $n = 40$, numerele $81 = 9^2$ şi $121 = 11^2$.	**2p**
3.	Dacă *n* este numărul de băieţi, atunci numărul de fete este dat de $3 \cdot (n-1) + f$, unde $f \in \{0,1,2\}$ reprezintă numărul de fete neîncadrate de băieţi.	**2p**
	Dacă $f \ge 3$, atunci trei fete sunt consecutive şi dispuse în spatele ultimului băiat deci numărul de băieţi ar creşte cu 1 (fals). Fetele nu pot fi dispuse 2+1 sau 2+2 deoarece cel mai înalt elev al grupului este băiat.	**2p**
	Obţinem ecuaţia $3 \cdot (n-1) + f - n = 50$, adică $2n = 53 - f$, unde $f \in \{0,1,2\}$, care are soluţia $n = 26$ pentru $f = 1$.	**2p**
	Finalizare: 102 elevi	**1p**
4.	Din teorema împărţirii cu rest, obţinem $n = 11c_1 + r_1, r_1 \le 10$, $n = 13c_2 + r_2, r_2 \le 12$ şi $n = 17c_3 + r_3,\ r_3 \le 16$.	**1p**
	Deoarece $r_1 + r_2 + r_3 \le 38$, deducem $r_1 = 10$, $r_2 = 12$, $r_3 = 16$	**2p**
	Prin urmare, $n = 11c_1 + 10$, $n = 13c_2 + 12$ şi $n = 17c_3 + 16$. Adunând pe 1 în ambii membri ai fiecărei relaţii, obţinem $n + 1 = 11c_1 = 13c_2 = 17c_3$, deci $n + 1 = 11 \cdot 13 \cdot 17c = 2431c$.	**3p**
	Obţinem $n = 2431c - 1$, deci $n + 2432 = 2431(c+1)$	**1p**