OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA PE ŞCOALĂ
CLASA a VIII a

SUBIECTUL I (10p)

Dacă $n \in N$, calculați $\sqrt{\dfrac{49^n+13\cdot 7^n+22}{3\cdot 7^n+33} : \dfrac{7^n+2}{27}}$

SUBIECTUL II (10p)

Fie x, y, z numere reale strict pozitive.

a) Arătați că $\dfrac{x}{x^2+yz} \le \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)$

b) Demonstrați că $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right) \ge \dfrac{x}{x^2+yz}+\dfrac{y}{y^2+zx}+\dfrac{z}{z^2+xy}$

SUBIECTUL III (10p)

De aceeaşi parte a planului unui pătrat $ABCD$, cu $AB=2a$ se ridică perpendicularele în A, B şi D pe plan pe care se iau punctele E, F respectiv G, astfel încât $AE=a$, $BF=4a$ şi $DG=a$. Arătați că:

a) $BCGE$ este dreptunghi

b) $AF \perp CG$.

SUBIECTUL IV (10p)

Se dă triunghiul ABC ($m\hat{A}=90°$). Fie $(AM$ bisectoarea unghiului A ($M \in BC$) şi dreapta $MN \perp (ABC)$.

a) Să se arate că: $AM\cdot AB + AM\cdot AC = AB\cdot AC\sqrt{2}$

b) Aflați lungimea segmentului AM ştiind că $m(\sphericalangle C)=30°$ şi $AB=10$ cm.

c) Calculați distanța de la A la (NBC) în condițiile de la punctul b) şi $MN=5\sqrt{3}$ cm.

Notă: - Toate subiectele sunt obligatorii.
- La fiecare subiect se acordă 1p din oficiu
- Timp de lucru efectiv 2 ore.