

- I. Fie numărul  $X=50 \cdot 5^{2013} \cdot 2^{2014} - 2012$  a) Numărul X este pătrat perfect?  
b) Calculați suma cifrelor numărului X.
- II. Fie A o mulțime care îndeplinește simultan condițiile  
i)  $2 \in A$  ii) Dacă  $x \in A$  atunci  $3x+1 \in A$  iii) Dacă  $2x+3 \in A$  atunci  $x \in A$   
Arătați ca  $\{32, 47, 67\}$  este inclusă în A
- III. Fie numerele  $p_1=1$   $p_2=2 \cdot 3$   $p_3=4 \cdot 5 \cdot 6$   $p_4=7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$  .....  
și suma  $S=p_1+p_2+p_3+\dots+p_{2014}$   
a) Calculați ultima cifră a lui S;  
b) Determinați restul împărțirii lui S la 6;  
c) Aflați cu ce număr începe și cu ce număr se termină produsul  $p_{100}$
- Timp de lucru 1 ora

I.  $x = 50 \cdot 5^{2013} \cdot 2^{2014} - 2012$  (1p)

$$= 100 \cdot 10^{2013} - 2012$$

$$= 10^2 \cdot 10^{2013} - 2012$$

$$= 10^{2015} - 2012$$
 (1p)

$$= \overbrace{10 \dots 0}^{2015} - 2012$$

$$\begin{array}{r} 9 \dots 97988 \\ \hline \end{array}$$
 (1p)

a)  $u(x) = 8 \Rightarrow$  nu poate fi p.p. (2p)

b)  $9 \cdot 2011 + 7 + 3 + 8 + 8 = 18099 + 32 = 18131$  (2p)

II  $2 \in A \Rightarrow 3 \cdot 2 + 1 = 7 \in A$  (1p)

$7 \in A \Rightarrow 3 \cdot 7 + 1 = 22 \in A \Rightarrow 3 \cdot 22 + 1 = 67 \in A$  (2p)

$67 \in A \Rightarrow 2x + 3 = 67$

$2x = 64$  (2p)

$x = 32 \in A \Rightarrow 3 \cdot 32 + 1 = 97 \in A$

$97 = 2x + 3 \Rightarrow 2x = 94 \Rightarrow x = 47 \in A$  (2p)

III c)  $p_1 = 1$  a)  $u(s) = 7$  (2p)

$p_2 = 2 \cdot 3$ ,  $1+2=3$

$p_3 = 4 \cdot 5 \cdot 6$ ,  $1+2+3=6$

$p_4 = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$ ,  $1+2+3+4=10$

b)  $r = 1$  (2p)

Deci, cel mai mare factor din  $p_{100} = 1+2+\dots+100 = 5050$  (2p)

cel mai mic factor din  $p_{100} = (1+2+\dots+99)+1 = 4951$  (1p)