INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

Simulare, Bacalaureat, 17 decembrie 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate_info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Ştiind că $z \in \mathbb{C}$ şi că $z^2 - z + 1 = 0$, să se calculeze $z^2 + \dfrac{1}{z^2}$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 3$, unde m este un parametru real. Determinaţi *m* ştiind că în $x = -3$ funcţia f are valoarea minimă.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1} = 5 - x$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulţimea $\left\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, ..., \sqrt{100}\right\}$, acesta să aibă partea întreagă egală cu 5.

5p **5** Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi punctele E şi F astfel încât $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$ şi $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{FE}$. Să se demonstreze că punctele *A*, *F* şi *C* sunt coliniare.

5p **6.** Calculaţi aria triunghiului *ABC*, ştiind că $AB = 8$, $AC = 10$ şi $\cos A = \dfrac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

8p ***a)*** Să se arate că $A\left(A^2 + 6I_3\right) = O_3$.

7p ***b)*** Să se arate că $\det\left(I_3 + xA^2\right) \geq 0$, pentru orice *x* număr real.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie "$\circ$" prin $x \circ y = xy - 7x - 7y + 56$.

7p ***a)*** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie "$\circ$".

8p ***b)*** Rezolvaţi ecuaţia $x \circ x \circ x \circ x = 7$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$.

8p ***a)*** Să se determine asimptotele funcţiei *f*.

7p ***b)*** Să se determine punctele de extrem ale funcţiei *f*.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}, & x \geq 1 \\ (x-1)e^x, & x < 1 \end{cases}$.

8p ***a)*** Arătaţi că funcţia *f* admite primitive pe $\mathbb{R}$.

7p ***b)*** Determinaţi primitiva funcţiei *f*, al cărei grafic conţine punctul $A(1,0)$.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

Simulare, Bacalaureat, 17 decembrie 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare şi de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0 nu este soluţie a ecuaţiei	**1p**
	$z+\frac{1}{z}=1$	**2p**
	$z^2+\frac{1}{z^2}=-1$	**2p**
2.	Se impune condiţia $x_V=-3\Rightarrow -\frac{b}{2a}=-3$	**3p**
	Finalizare: $m=6$	**2p**
3.	Conditii $x+1\ge 0$ şi 5-$x\ge 0\Rightarrow x\in[-1,5]$	**2p**
	$x_1=3$ si $x_2=8$, $x_2=8\notin[-1,5]$	**3p**
4.	Numărul cazurilor posibile este 100	**2p**
	Numărul cazurilor favorabile este 11	**2p**
	Probabilitatea este egală cu $\frac{11}{100}$	**1p**
5.	$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$	**1p**
	$\overrightarrow{AF}=\frac{\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}}{3}$	**3p**
	Finalizare	**1p**
6.	$\sin A=\frac{4}{5}$	**2p**
	$A_{ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot\sin A}{2}=32$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. a)	Demonstrarea cerinţei	**8p**
b)	Demonstrarea cerinţei	**7p**
2. a)	Scrierea definiţiei elementului neutru Determinarea elementului neutru	**2p** **5p**
b)	Rezolvarea cerinţei	**8p**

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

<table>
<tr><td>1.
a)</td><td>$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\underset{L'H}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$
rezultă $y=0$ asimptotă orizontală spre ∞
$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{\ln x}{x}=\frac{-\infty}{0}=(-\infty)\cdot\frac{1}{0_+}=(-\infty)\cdot(+\infty)=-\infty$
rezultă $x=0$ asimptotă verticală la dreapta spre $-\infty$</td><td>4p

4p</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$f'(x)=\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{(\ln x)'\cdot x-\ln x\cdot (x)'}{x^2}=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x\cdot 1}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$
$f'(x)=0\Rightarrow 1-\ln x=0\Rightarrow \ln x=1\Rightarrow x=e$
<table><tr><td>x</td><td>0 e $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+++++++++++++++++++++0----------------------$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\nearrow$ $\frac{1}{e}$ $\searrow$</td></tr></table>$x=e$ punct de maxim</td><td>7p</td></tr>
<tr><td>2.
a)</td><td>Studierea continuităţii în 1
Studierea continuităţii pe intervale
Finalizare</td><td>5p
2p
1p</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Calculul primitivei</td><td>7p</td></tr>
</table>