

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

**SUBIECTUL I** \_\_\_\_\_ (30 puncte)

- 5p 1. Determinați funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$  cu  $a$  și  $b$  numere reale, știind că reprezentarea grafică a funcției  $f$  conține punctele  $A(2,0)$  și  $B(0,4)$ .
- 5p 2. Calculați valoarea maximă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x^2 + x - 3$ .
- 5p 3. Determinați termenul al doilea al unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_{10} = 10$  și  $a_{15} = 15$ .
- 5p 4. Determinați soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 + (m-5)x + 3m = 0$  știind că  $x_1 + x_2 = 4$ .
- 5p 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x+1) = 1$ .
- 5p 6. Triunghiul  $ABC$  are  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$  și  $AC = 8$ . Calculați lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea** \_\_\_\_\_ (30 puncte)

- Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 7p a) Determinați matricea  $A^2$ .
- 8p b) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care are loc egalitatea  $A^2 + xA + yI_2 = O_2$ .
- 7p c) Verificați dacă  $A + A^2 + A^3 = O_2$ .
- 8p d) Calculați  $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{28}$ .

**SUBIECTUL III** \_\_\_\_\_ (30 puncte)

- Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 3 & -1 & m \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și sistemul  $\begin{cases} mx + y + 3z = 1 \\ 3x - y + mz = 3 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$ .
- 7p a) Pentru  $m = -1$ , calculați  $\det(A)$ .
- 8p b) Determinați numărul real  $m$  pentru care  $\det(A) = 0$ .
- 7p c) Pentru  $m = 2$ , să se rezolve sistemul.
- 8p d) Pentru  $m = 3$ , arătați că sistemul este incompatibil.

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I \_\_\_\_\_ (30 puncte)

1	Scrierea sistemului $\begin{cases} f(2) = 0 \\ f(0) = 4 \end{cases}$	2p
	Determinarea necunoscutelor $\begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases}$	2p
	Scrierea funcției $f(x) = -2x + 4$	1p
2.	$y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$	2p
	$y_{\max 8} = -\frac{23}{8}$	3p
3	Scrierea sistemului $\begin{cases} a_{10} = a_1 + 9r \\ a_{15} = a_1 + 14r \end{cases}$	2p
	Rezolvarea sistemului $\begin{cases} a_1 = 1 \\ r = 1 \end{cases}$	2p
	$a_2 = 2$	1p
4	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	1p
	$-m + 5 = 4$	4p
	$m = 1$	
5	Condiții $x \in (-1, +\infty)$	1p
	Determinarea soluției $x = 2$	3p
	Verificarea soluției și scrierea soluției finale	1p
6	Construcția înălțimii $AD \perp BC$	1p
	Determinarea ei ca fiind cateta opusă unghiului de $30^\circ$ în triunghiul dreptunghic $ACD$ , $AD = 4$	4p

SUBIECTUL II \_\_\_\_\_ (30 puncte)

a)	$A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	7p
----	--	----

b)	Scrierea egalității sub forma $\begin{pmatrix} x+y-2 & 3-3x \\ x-1 & -2x+y+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	4p
	Determinarea soluțiilor $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$	4p
c)	$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	4p
	Stabilirea identității $A + A^2 + A^3 = O_2$	3p
d)	Suma are 28 termeni care se grupează câte 3 astfel: $A + (A^2 + A^3 + A^4) + \dots + (A^{26} + A^{27} + A^{28}) =$	4p
	$= A + A \cdot (A + A^2 + A^3) + \dots + A^{25} \cdot (A + A^2 + A^3) = A,$	2p
	deoarece toate grupele sunt egale cu matricea nulă conform c)	2p

**SUBIECTUL III \_\_\_\_\_ (30 puncte)**

a)	Calcul direct	7p
b)	Calculul determinantului matricei A	3p
	Scrierea ecuației $9 - m^2 = 0$	3p
	$m \in \{-3; 3\}$	2p
c)	Calculul determinanților	5p
	Scrierea soluțiilor	2p
d)	Demonstrarea cerinței	8p