

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Subiectul I (30 puncte)

- 5p 1. Arătați că $4(2 + \sqrt{2}) - 4\sqrt{2} = 8$.
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x-1)^2 - x^2 - 5 = 0$.
- 5p 3. Determinați termenul a_{10} al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_9 + a_{11} = 4$.
- 5p 4. O persoană are salariul de 1000 lei. Determinați salariul persoanei, după o creștere a acestuia cu 5% .
- 5p 5. Să se determine distanța dintre punctele $A(3, -1)$ și $B(-1, 2)$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , unde $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 12$. Calculați $\sin B$.

Subiectul II (30 puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 4 & x & x \\ x & 4 & x \\ x & x & 4 \end{pmatrix}$.
- 7p a) Calculați $\det(A(0))$.
- 8p b) Determinați numărul real x pentru care $\det(A(x)) = 64$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$.
- 7p a) Să se determine elementul neutru al legii.
- 8p b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 7p a) Arătați că $f'(x) = (x+1) \cdot e^x$, pentru orice număr real x .
- 8p b) Verificați dacă $f''(x) + f(x) = 2f'(x)$.
2. Se consideră funcțiile $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $F(x) = x - \ln x$.
- 5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 10p b) Să se calculeze $\int F(x) \cdot f(x) dx$.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I (30 puncte)

1. Calcul direct

5p

$$2. (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

2p

$$x = -2$$

3p

$$3. a_{10} = \frac{a_9 + a_{11}}{2}$$

3p

$$a_{10} = \frac{4}{2} = 2$$

2p

4. Salariul după majorare va reprezenta 105% din salariul inițial

2p

$$\frac{105}{100} \cdot 1000 = 1050 \text{ lei}$$

3p

$$5. AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

1p

$$AB = \sqrt{16 + 9}$$

3p

$$AB = 5$$

1p

$$6. BC = 13$$

2p

$$\sin B = \frac{AC}{BC}$$

2p

$$\sin B = \frac{12}{13}$$

1p

Subiectul II (30 puncte)

$$1.a) A(0) = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

2p

$$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} =$$

2p

$$= 64$$

3p

$$b) \det(A(x)) = \begin{vmatrix} 4 & x & x \\ x & 4 & x \\ x & x & 4 \end{vmatrix} = 4^3 + x^3 + x^3 - 4x^2 - 4x^2 - 4x^2 = 2x^3 - 12x^2 + 64$$

4p

1p

$$x_1 = x_2 = 0, x_3 = 6$$

2. a) scrierea definiției

$$e = 4$$

b) $x \circ x = (x - 3)^2 + 3$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x_1 = 3, x_2 = 4$$

Subiectul III (30 puncte)

1.a) $f'(x) = (xe^x)' = x' \cdot e^x + x \cdot (e^x)' =$

$$= e^x + x \cdot e^x =$$

$$= (x+1)e^x$$

b) $f''(x) = (f'(x))' = [(x+1)e^x]' =$

$$= (x+2)e^x$$

$$f''(x) + f(x) = (x+2)e^x + xe^x =$$

$$= 2(x+1)e^x = 2f'(x)$$

2.a) F derivabilă

$$F'(x) = f(x), x' = 1, (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

concluzia

b) $F'(x) = f(x)$, folosim integrarea prin părți

$$\int F(x) \cdot f(x) dx = \int F(x) \cdot F'(x) dx = \frac{1}{2} F^2(x) + C = \frac{1}{2} (x - \ln x)^2 + C$$

3p

3p

4p

2p

2p

4p

3p

3p

1p

2p

2p

2p

2p

1p

3p

1p

2p

8p